

编者语: 本期“非主流、非经典、非标准逻辑”栏目推出三篇论文。三文作者从不同视角看逻辑学的研究, 皆主张突破小逻辑观的束缚, 支持逻辑学界的大逻辑观, 但小逻辑观的“必然地得出”是逻辑学的核心部分, 这是三篇论文的共识。

不同的是: 罗文认为形式逻辑主谓外延相同命题间的推理和辩证逻辑主谓内涵相反命题间的推理都是“必然地得出”, 而相似(类比)推理和相异推理都是“可能地得出”。王文认为对象逻辑是“逻辑学科群的核心部分”, 应用逻辑是对象逻辑在不同逻辑学科中的系统运用, 元逻辑是对前两者的哲学研究。白文从弗雷格的逻辑观出发, 说明现代演绎逻辑的核心思想来源于弗雷格, 作者站在大逻辑观的立场, 对与弗氏逻辑观有内在联系的小逻辑观提出了自己的不同看法, 认为“只要对科学的发展有益, 都是值得提倡的”。

逻辑推理四大基础类型的内涵与外延关系研究

罗翊重

(云南省社会科学院 云南 昆明 650034)

摘要: 用事实验证了逻辑推理 4 大基础类型的互蕴公理, 进而说明此 4 大公理之内涵与外延间的同构性与异构性的相互转换关系。由此说明: 除外延性经典数理逻辑的推理演算之外, 逻辑学还存在着更为广阔的发展空间, 新世纪非经典数理逻辑的内涵性或外延性推理演算研究有着灿烂的前景。

关键词: 逻辑推理; 相同公理; 相似公理; 相异公理; 相反公理; 内涵; 外延; 同构; 异构
中图分类号: B811.0 文献标识码: A 文章编号: 1674-5639(2010)01-0041-08

Research on the Relationship between Connotation and Denotation of Four Essential Types of Logic Deduction

LUO Yizhong

(Yunnan Provincial Social Science Institute Yunnan Kunming 650034 China)

Abstract: Based on the facts to testify the mutual implied axiom of the four essential types of logic deduction and further expresses the mutual conversion relationship between homogeneity and isomerization of connotation and denotation of the four essential types of logic deduction. So as the results, besides the deductive interpretation of denotative classical mathematical logic, there exist wider developing space in logic and brilliant prospect on study of the deductive interpretation on connotation and denotation of non-classical mathematical logic in the new century.

Key words: logic deduction; same axiom; similar axiom; different axiom; opposite axiom; connotation; denotation; homogeneity; isomerization

在《对逻辑推理四大基础类型的反演算和非演算》一文中, 笔者已将相同、相似、相异、相反 4 大公理各自具有的独立性且一致性及其在双闭双开区间整体上的完全性, 统一地表示为如下 4 大互蕴公理皆成立(=)的逻辑推理基础类型(LTJL)的确定性或非确定性推理关系图(如图 1):^{[1] 54}

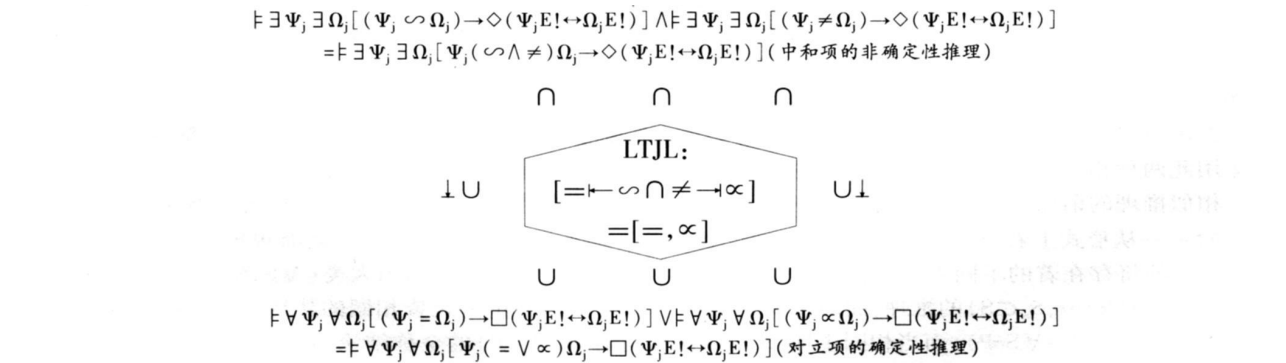


图 1 LTJL所包含的确定性或非确定性推理关系

一、对四大逻辑推理公理式的验证与说明

对图 1, 可以举出无穷多的实例, 来验证上述通过双闭双开区间理论分析所得出的结论:

(一) 相同者必互蕴公理的实例验证(当 $S_1 = S_2$ 且 $P_1 = P_2$ 时, $\vdash \square (S_1 e P_1 \leftrightarrow S_2 e P_2)$)

- (1) $\vdash \square (\text{晨星是早上最亮的星} \leftrightarrow \text{晨星是早上最亮的星})$,
- (2) $\vdash \square (\text{晨星是早上最亮的星} \leftrightarrow \text{暮星是晚上最亮的星})$,
- (3) $\vdash \square (\text{鲁迅是作家} \leftrightarrow \text{鲁迅是作家})$,
- (4) $\vdash \square (\text{鲁迅是作家} \leftrightarrow \text{《阿 Q》正传的作者是作家})$,
- (5) $\vdash \square (2 \times 3 \text{ 是 } 6 \leftrightarrow -2 \times -3 \text{ 是 } 6)$,
- (6) $\vdash \square (2 \times 3 \text{ 是 } 3 + 3 \leftrightarrow 2 + 4 \text{ 是 } 1 + 5)$,
- (7) $\vdash \square (\text{上帝是精神性的实体} \leftrightarrow \text{上帝是精神性的实体})$,
- (8) $\vdash \square (\text{上帝是精神性的实体} \leftrightarrow \text{上帝是非物质性的实体})$, ……

相同公理的不同, 其着眼点是“外延的相同”, 其内涵可相同(如(1)(3)(7))可相反(如(2)的“晨星”与“暮星”的内涵相反但都是指同一颗金星, 又如(5)的“ 2×3 ”与“ -2×-3 ”的内涵相反但其外延相同都是指 6)甚至既不相同又不相反(如(4)(6)(8))”^{[2]92}。

(二) 相似者可互蕴公理的实例验证(当 $S_1 \sim S_2$ 或 $P_1 \sim P_2$ 时, $\vdash \diamond (S_1 e P_1 \leftrightarrow S_2 e P_2)$)

- (1) $\vdash \diamond (\text{太阳系有围绕太阳旋转的行星} \leftrightarrow \text{原子有围绕原子核旋转的电子})$,
- (2) $\vdash \diamond (\text{孩子是联系父母的纽带} \leftrightarrow \text{球类是联系甲乙队的纽带})$,
- (3) $\vdash \diamond (\text{君臣关系是主从关系} \leftrightarrow \text{夫妻关系是主从关系})$, (在封建社会)
- (4) $\vdash \diamond (\text{父子关系是主从关系} \leftrightarrow \text{师生关系是主从关系})$, (在封建社会)
- (5) $\vdash \diamond (\text{沉舟侧畔千帆过} \leftrightarrow \text{病树前头万木春})$,
- (6) $\vdash \diamond (\text{蝉噪} \rightarrow \text{林愈静} \leftrightarrow \text{鸟鸣} \rightarrow \text{山更幽})$,
- (7) $\vdash \diamond (\text{牛马要吃草} \leftrightarrow \text{汽车要喝油})$,
- (8) $\vdash \diamond (“0-1” \text{ 区间是 } [0, 1] \leftrightarrow “=-\infty” \text{ 区间是 } [=-, \infty])$, ……

可以用模糊集合论的观点, 来看待相似($\sim$)与相同($=$)甚至与相反($\propto$)间在隶属函数即隶属度上的符合关系程度(0% ~ 100%), 从而深入理解此三者间的内在联系。对相似模糊集 $\sim$ 及其隶属度 $\sim(\theta)$ 的分析, 有两种表示法:

$$\text{外延列举表示法: } \sim = \begin{cases} =, & \sim, & \propto \\ \theta \in [0, 1] \\ \sim(0) = 100\%, 100\% > \sim(\theta) > 0\%, \sim(1) = 0\% \end{cases}$$

$$\text{内涵描述表示法: } \sim = \{ [\theta, \sim(\theta)] \mid 0 \leq \theta \leq 1, 100\% \geq \sim(\theta) \geq 0\% \}$$

对相似隶属度的分析, 笔者用外延表示法加以说明:

当 θ 在双闭区间 $[0, 1]$ 中取 0 值时, 100% 的相似度 $\sim(0)$ 即外延完全相似其实就是外延相同($=$); 当 θ 在双闭区间 $[0, 1]$ 中取 1 值时, 0% 的相似度 $\sim(1)$ 即外延根本不相似其实就是外延相反($\propto$); 只有当 θ 在双开区间 $(0, 1)$ 中取任意值时 ($0 < \theta < 1$), 居于中间的非 100% 的模糊相似($\sim$)和非 0% 的模糊相似($\sim$), 才是外延相似可能推理的作用范围——但严格地说, 这时形式逻辑由内涵相同决定的外延相同必互蕴推理和辩证逻辑的内涵相反必互蕴推理, 就皆在相似可能互蕴推理的研究范围之外了。可以说: 外延相似度越高(如 $\sim(\theta) > 50\%$)越趋近于($\rightarrow$)外延相同的相似推理, 就越具有推理的价值。

在逻辑推理中, 存在着著名的极限值趋向于($\rightarrow$)“外延相同者必存在互蕴”的归纳推理与演绎推理, 灵活运用此两种相反的逻辑方法, 是从相似公理走向相同公理的前奏:

相似推理的谓项($P_1 \sim P_2$)有可能($\diamond$)是相同的($P = P$), 据此, 若一旦相似的主项($S_1 \sim S_2$)也相同($S = S$)时——从形式上看, $S = S$ 与 $P = P$ 的内涵皆相同因而其外延必相同^{[2]90-91}——就有可能($\diamond$)产生从特称到全称的将存在着的不同主项($\exists S_1, \exists S_2, \dots, \exists S_n$)归纳合并为一个共同的大类($\forall S, S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_n, S_1 \subset S, S_2 \subset S, \dots, S_n \subset S$)的推理, 此即主项($S = S$)且谓项($P = P$)的外延皆相同的从特称到全称的可能归纳推理- $\diamond(\exists SeP \rightarrow \forall SeP)$; 而当相同主项($S = S$)且相同谓项($P = P$)的全称结论一旦形成, 从全称到特称的必然演绎推理($\rightarrow \square$)就会产生, 此即 $\vdash \square (\forall SeP \rightarrow \exists SeP)$ 。如:

(1) $\because$ 金(S_1)有(e)导电性(P), 银(S_2)有(e)导电性(P), 而金(S_1)银(S_2)皆是金属(S),

$\therefore$ 有($\exists$)金属(S)有(e)导电性(P)。

(2) 又 $\because$ 铜(S_3)铁(S_4)铝(S_5)等等也有(e)导电性(P), 而铜(S_3)铁(S_4)铝(S_5)等等也是金属(S),

∴ 可能($\Diamond$)所有($\forall$)金属(S)皆有(e)导电性(P)。

此归纳推理的结论可能成立, 即 $\vdash \Diamond(\exists \text{SeP} \rightarrow \forall \text{SeP})$ 。

上述的归纳推理过程, 是在相同谓项——导电性(P)——的基础上, 再将金(S_1)银(S_2)铜(S_3)铁(S_4)铝(S_5)锡(S_6)铅(S_7)等等小类也归纳为同一个上位的金属大类(S), 从而得出“所有($\forall$)金属(S)皆有(e)导电性(P)”的可能结论。

反之, 如果上述的“可能($\Diamond$)所有($\forall$)金属(S)皆有(e)导电性(P)”的假设一旦被证实(这包括经验性的证实和更强有力的预见性证实), 那么以此作为前提的关于“所有($\forall$)金属(S)皆有(e)导电性(P)”的演绎推理, 其结论就必然成立, 即 $\vdash \Box(\forall \text{SeP} \rightarrow \exists \text{SeP})$ 。在此演绎推理中, 已将具有相同主谓项的全称命题作前提, 又推出具有必然性的特称命题的结论, 此前提与结论间的差别, 不是主谓项间的差别, 而仅只是全称量项与特称量项间的差别。

上述的归纳推理与演绎推理, 其主谓项的内涵皆是相同的($S = S$ 且 $P = P$), 因而其外延也皆是相同的, 其间的差别仅仅是量项间的差别, 因而这也是相同相干的推理。只不过由于归纳推理的结论是可能真的 $\vdash \Diamond(\exists \text{SeP} \rightarrow \forall \text{SeP})$, 而演绎推理的结论是必然真的 $\vdash \Box(\forall \text{SeP} \rightarrow \exists \text{SeP})$, 因此前者只是相同相干且可能($\Diamond$)的蕴涵推理, 后者却是相同相干且必然($\Box$)的衍涵推理。

(三) 相异者可互蕴公理的实例验证(当 $S_1 \neq S_2$ 或 $P_1 \neq P_2$ 时, $\vdash \Diamond(S_1 e P_1 \leftrightarrow S_2 e P_2)$)

- (1) $\vdash \Diamond(\text{墙头芦苇, 头重脚轻根底浅} \leftrightarrow \text{山间竹笋, 嘴尖皮厚腹中空}),$
- (2) $\vdash \Diamond(\text{人, 往高处走} \leftrightarrow \text{水, 往低处流}),$
- (3) $\vdash \Diamond(\text{缀文者, 情动而辞发} \leftrightarrow \text{观文者, 披文以入情}),$
- (4) $\vdash \Diamond(\text{天, 下雨} \leftrightarrow \text{地, 潮湿}),$
- (5) $\vdash \Diamond(\text{两个黄鹂, 鸣翠柳} \leftrightarrow \text{一行白鹭, 上青天}),$
- (6) $\vdash \Diamond(\text{非淡泊, 无以明志} \leftrightarrow \text{非宁静, 无以致远}),$
- (7) $\vdash \Diamond(\text{春蚕, 到死丝方尽} \leftrightarrow \text{蜡炬, 成灰泪始干}),$
- (8) $\vdash \Diamond(\text{风声雨声读书声, 声声入耳} \leftrightarrow \text{家事国事天下事, 事事关心}), \dots\dots$

显然, (二)的相似($\sim$)与(三)的相异($\neq$), 此两者的着眼点是相反的: 前者更趋向于用外延相似的观念看 $S_1 e P_1$ 与 $S_2 e P_2$ 间的可互蕴, 后者更趋向于用内涵相异的观念看 $S_1 e P_1$ 与 $S_2 e P_2$ 间的可互蕴。其区别仅在于: (二)看重的是 $S_1 e P_1$ 与 $S_2 e P_2$ 间更强的外延相似性($\sim$), 甚至其中的主项或谓项出现了“内涵相同因而外延必相同”的单一情况, 如(二)的(3)(4); (三)看重的是 $S_1 e P_1$ 与 $S_2 e P_2$ 间更强的内涵相异性($\neq$), 甚至其中的主项或谓项出现了“内涵相反因而外延可相反可相同甚至可既不相反又不相同”的复杂情况, 如(三)的(3)(4)。其实, 无论是针对外延或是针对内涵, “相似中本来就含有相异, 不含相异就不叫相似而叫相同”, 反之, “相异中本来就含有相似, 不含相似就不叫相异而叫相反”, 此二者是“亦此亦彼”的关系(即 $\sim \wedge \neq$)。其区别仅仅是视其“外延相似”或“内涵相异”的强弱程度不同而选择其中之一而已。但此两者的目的却是一样的: 就是要把 $S_1 e P_1$ 与 $S_2 e P_2$ 联系起来, 以从整体上达到相得益彰的认识目的或表达效果(这在文学语言中表现得尤为突出)。

(四) 相反者必互蕴公理的实例验证(当 $S_1 \propto S_2$ 且 $P_1 \propto P_2$ 时, $\vdash \Box(S_1 e P_1 \leftrightarrow S_2 e P_2)$)

- (1) $\vdash \Box(\text{同性磁极是相互排斥的} \leftrightarrow \text{异性磁极是相互吸引的}),$
- (2) $\vdash \Box(\text{代数式的同号相乘除为正} \leftrightarrow \text{代数式的异号相乘除为负}),$
- (3) $\vdash \Box(\text{智者千虑必有一失} \leftrightarrow \text{愚者千虑必有一得}),$
- (4) $\vdash \Box(\text{柔弱胜刚强, 生之徒} \leftrightarrow \text{坚强胜柔弱, 死之徒}),$
- (5) $\vdash \Box(3 < 5 \leftrightarrow -3 > -5),$ (此二元有序主项相反且关系谓项相反^[6])
- (6) $\vdash \Box(\text{早晨太阳是从东方升起} \leftrightarrow \text{傍晚太阳是从西方落下}),$
- (7) $\vdash \Box(\text{太极就是未展开的太和} \leftrightarrow \text{太和就是已展开的太极})^{[1]49},$
- (8) $\vdash \Box(\text{形式逻辑的矛盾是显示主体的“断言 - 断定”矛盾} \leftrightarrow \text{辩证逻辑的矛盾是反映客体的“所指 - 能指”矛盾}), \dots\dots$

相反公理的相反, 其着眼点是“内涵的相反”, 其外延可相反(如(1)(2)(3)(4)(5))可相同(如(6)主项的外延相同, (7)的主项、谓项的外延皆相同)甚至既不相反又不相同(如(8), 因“断言 - 断定”矛盾无客体的外延意义, 而“所指 - 能指”矛盾有客体的外延意义, 故从外延上无法比较出它们的相反或相同)^{[2]93}。

也可用模糊集合论的观点, 来看待相异($\neq$)与相反($\propto$)甚至与相同($=$)间在隶属函数即隶属度上的符合关系程度(0% ~ 100%), 从而深入理解此三者间的内在联系。对相异模糊集 $\bar{A}$ 及其隶属度 $\bar{\mu}(\theta)$ 的分析, 也有两种表示法:

中的光”的统一体(此即“对象所处的外在条件相反”)。因此其主项的内涵也相反(在折射实验中的光 ∞ 在衍射实验中的光)。据此,正题与反题间内涵必互蕴的衍推成立($\vdash$):

$\models \square$ (在折射实验中的光是粒子性的 $\leftrightarrow$ 在衍射实验中的光是波动性的)。

(12)“张三既是豺狼又是绵羊”。

此命题谓项的属性相反(豺狼 ∞ 绵羊)。经分析,主项“张三”是“对上司的张三”与“对下属的张三”的统一体(此即“对象所处的外在条件相反”)。因此其主项的内涵也相反(对上司的张三 ∞ 对下属的张三)。据此,正题与反题间内涵必互蕴的衍推成立($\vdash$):

$\models \square$ (对上司的张三是绵羊 $\leftrightarrow$ 对下属的张三是豺狼)。

(13)“运动物体在某一瞬间既在此地又在彼地”。

此命题谓项的内涵相反(此地 ∞ 彼地)。经分析,主项“运动物体在某一瞬间”是“运动物体在某一瞬间之始”与“运动物体在某一瞬间之末”的统一体(此即“对象的时间先后相反”)。因此其主项的内涵也相反(运动物体在某一瞬间之始 ∞ 运动物体在某一瞬间之末)。据此,正题与反题间内涵必互蕴的衍推成立($\vdash$):

$\models \square$ (运动物体在某一瞬间之始在此地 $\leftrightarrow$ 运动物体在某一瞬间之末在彼地)。

(14)“高山的气温既冷又热”。

此命题谓项的属性相反(冷 ∞ 热)。经分析,主项“高山的气温”是“高山上的气温”与“高山下的气温”的统一体。因此其主项的内涵也相反(高山上的气温 ∞ 高山下的气温)。据此,正题与反题间内涵必互蕴的衍推成立($\vdash$):

$\models \square$ (高山上的气温,冷 $\leftrightarrow$ 高山下的气温,热)。

上述的分析过程,是在内涵相反谓项($P \infty \bar{P}$)基础上,再分析出同一主项中潜藏着的内涵相反主项($S \infty \bar{S}$)。从而得出主项且谓项的内涵皆相反。据此,从正题到反题或从反题到正题的必互蕴的内涵衍涵推理必成立: $\models \square$ ($\exists SeP \rightarrow \exists Se\bar{P}$)或 $\models \square$ ($\forall SeP \rightarrow \forall Se\bar{P}$)。对此两种内涵性的衍涵推理,虽说其彼此相对两命题的量质常项皆是相同的,但其主谓变元的内涵却是相反的。因此,所举之例皆可视为是将内涵相反的主谓变元代入某种具体内涵值的相反命题的实证例子,由此它们皆是相反相干且必然的内涵衍涵推理。

运用上述的内涵分析综合法,令人百思不得其解的赫拉克利特名言“我们踏进又踏不进同一条河,我们存在又不存在”(D49a)^[3],就得到了一种合理的解释。

(15)“我们踏进又踏不进同一条河”。

依据赫氏解说的“踏进同一条河的人,不断遇到新的水流”(D12)^[3],可分析出:“此刻踏进同一条河的人”与“彼刻(此刻之后)踏进同一条河的人”,虽人这一对象相同,但此人踏进河的时间不相同(前后时间的内涵相反),虽河的对象也相同,但此河中“此刻水流”与“彼刻水流”的内涵相反。据此,正题与反题间必互蕴的内涵衍推成立($\vdash$):

$\models \square$ (此刻我们踏进同一条河此刻的水流 $\leftrightarrow$ 彼刻我们踏进同一条河彼刻的水流)。

如果“同一条河”的水流不变($P_1 = P_2$)、“人”也不变($S_1 = S_2$)——如亚里士多德逻辑在“同一对象且同一时间”前提设定下——那么任一位形式逻辑学家皆可轻易地批判倒赫拉克利特之论,这无可非议!但问题就出在:赫氏所言的是“踏进同一条河的人,不断遇到新的水流”这一前提设定。

正如相同公理和相反公理所分别要求的前提设定是不一样的:形式逻辑学家们只能在“同一对象且同一条件且同一时间且同一空间”设定下,才可以谈论形式逻辑的“断言—断定”之无逻辑矛盾的规律,反之,辩证逻辑学家们也只有在“不同对象或不同条件或不同时间或不同空间”设定下,才可以谈论辩证逻辑的“所指—能指”之有辩证矛盾的规律。^[4]但是,对这两种完全不同的前提设定,往往是最易被逻辑学家们所忽视的。

如果连上述这一丁点最基本、最起码的逻辑常识都不具备,那么我建议:无论何人,请您暂缓妄论形式逻辑与辩证逻辑的真假对错及其相互间的关系问题!^[5]

(16)“我们存在又不存在”。

按上述思路进行分析,赫氏此论在主项上的内涵应该是相反的(如:百年之内的我们 ∞ 百年之外的我们),其谓项赫氏虽没谈及,但假若要补上,则既可以是内涵相同的(如:阳世=阳世),也可以是内涵相反的(如:阳世 ∞ 阴世)。

$\models \square$ (百年之内我们存在(阳世) $\leftrightarrow$ 百年之外我们不在(阳世))

或 $\models \square$ (百年之内我们存在(阳世) $\leftrightarrow$ 百年之外我们存在(阴世))。

如前所述,运用归纳法可得 $\exists SeP$ 或 $\forall SeP$,运用分析法又可得 $\exists Se\bar{P}$ 或 $\forall Se\bar{P}$ 。其实,运用辩证逻辑的内涵反演推断法($\sim$)^[9] (1227~230),也可以从归纳的前提即 $\langle \exists SeP \rangle$ 或 $\langle \forall SeP \rangle$ 出发,直接反推出 $\langle \exists Se\bar{P} \rangle$ 或 $\langle \forall Se\bar{P} \rangle$ 的结论。这是一条便捷的逻辑演算通道,因为对任何命题之内涵的辩证否定($\sim$)

是“仅只否定主项且谓项(描述实词项),否定后的命题其真值必与原命题相同”,对任何命题之外延的逻辑否定($\neg$)是“仅只否定量项且质项(逻辑虚词项),否定后的命题其真值必与原命题相反”^{[2]173}——辩证否定仅仅是直接针对“主谓词”的内涵否定,逻辑否定则是直接针对“逻辑词”并间接针对“主谓词”的外延否定——此内涵反称否定($\sim$)与外延排除否定($\neg$)的逻辑演算功能,恰恰是完全相反的!^{[2]278-279}

显然,(9)至(16)的相反,其着眼点是作为谓项之性质或关系在“内涵意义上的相反”,至于其两主项间的外延意义,则可能是相反的(如(14)的主项“高山上的气温”与“高山下的气温”),也可能是相同的(如(11)(12)(13)(15)(16)等的主项所指相同),甚至可能是既不相反又不相同的(如(10)的主项“个人(小我)的认识能力”与“人类(大我)的认识能力”、(9)的主项“原子核内”的外延是质子与中子,而“原子核外”的外延不是反质子与反中子而是电子,若仅仅从外延意义上看,此两者当然是既不相反也不相同而是相异的)。”

二、四大关系项内涵与外延间的同构异构性

人们往往会不自觉地用主谓变元的“外延相反”这一狭义的观点来看待辩证逻辑的内涵反称演算($\sim$)——因看到一些并非外延相反的主项也构成了成对相同真值的辩证矛盾命题(如前述所举多种同一主项在有序连续值的时间或空间或条件上并非相同的辩证矛盾命题例子),就怀疑辩证逻辑之反演算($\sim$)的实证性进而意欲否定辩证逻辑。其实,对上述种种辩证矛盾命题之主谓项的内涵反称演算,其外延结果既可能是相反的、也可能是相同的、甚至可能是既不相反又不相同的,但这一切对辩证逻辑的内涵反演推断法之运用并没有任何影响——因为辩证逻辑所运用的内涵反演推断法,仅只是针对任意命题之主谓项的广义的内涵反称演算,而不是仅只针对任意命题之主谓项的狭义的外延反称演算!至于其演算之结果命题”与“原初命题”的主谓项在内涵相反情况下的外延是否相反,这只能由此两命题之主谓项的相反内涵来确定。但即使是由此而确定的主项或谓项的外延意义并非相反,甚至是相同的,这也并不会影响其结果命题与原初命题之间相同的真值断定!

其实,对外延相同但内涵不同的数学推理或逻辑推理(如第一节(一)之相同公理的实例验证),人们往往是认可的,但对内涵相反但外延不同的日常推理或逻辑推理(如第一节(四)之相反公理的实例验证,特别是(9)至(16)),为何就往往难以认可甚至熟视无睹呢?

原来上述所举实例,既涉及到相同关系词项间又涉及到相反关系词项间,都存在着的其内涵关系与外延关系间相互转换的同构性问题与异构性问题。若对此问题认识不清,就难以理解上述(9)至(16)的例子了。同理,相似或相异词项间,也都存在着其内涵关系与外延关系间相互转换的同构性问题与异构性问题,若对此问题认识不清,也难免会难以理解很多实证例子(如第一节(二)之相似公理的实例验证和(三)之相异公理的实例验证)。

上述4大关系词项,其在内涵与外延上相互转换的同构性与异构性问题,笔者先用图3和图4显示如下。此两图从下部到中部的内涵与外延间相互转换的关系,皆是同构性的,而从中部到上部的内涵与外延间相互转换的关系,皆是异构性的。可以将所述的相同或相反关系式之外延与内涵间相互转换的新理论,再概括如下(如图3),^{[2]95}还可以对图3作更大的开拓、推广,并概括如下(见图4):

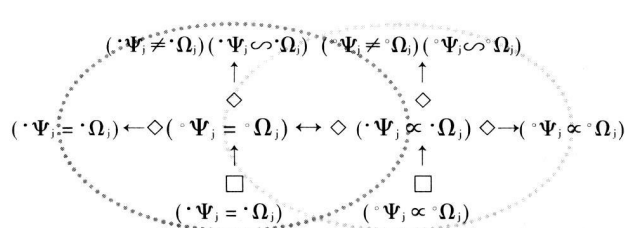


图3 相同与相反关系式之外延与内涵间的镜象对称互补关系

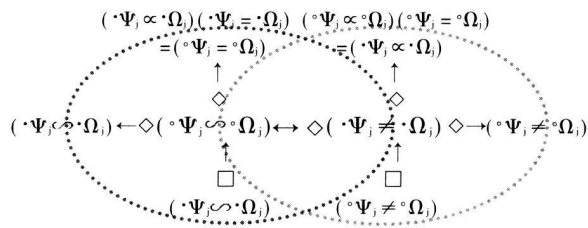


图4 相似与相异关系式之外延与内涵间的镜象对称互补关系

图4上部的关系是图3的推广。图4左上部的($\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$)($\cdot\Psi_j = \cdot\Omega_j$)看似矛盾其实并不矛盾,因为 $\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$ 是由 $\neg(\cdot\Psi_j \cap \cdot\Omega_j)$ 而来, $\cdot\Psi_j = \cdot\Omega_j$ 是由 $\neg(\cdot\Psi_j \neq \cdot\Omega_j)$ 而来。依据图3, $\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$ 可能是 $\cdot\Psi_j = \cdot\Omega_j$, $\cdot\Psi_j = \cdot\Omega_j$ 必然是 $\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$,故($\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$)($\cdot\Psi_j = \cdot\Omega_j$) = ($\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$)($\cdot\Psi_j = \cdot\Omega_j$) = ($\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$)。其可能蕴涵关系式 $\diamond[(\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j) \rightarrow (\cdot\Psi_j = \cdot\Omega_j)]$,正是从外延相似主谓项中寻找外延相同主谓项之归纳推理如 $\vdash \diamond(\exists \text{SeP} \rightarrow \forall \text{SeP})$,然后再进入外延相同主谓项之演绎推理如 $\vdash \square(\forall \text{SeP} \rightarrow \exists \text{SeP})$ 的逻辑依据。

同理,图4右上部的($\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$)($\cdot\Psi_j \neq \cdot\Omega_j$)看似矛盾其实也是并不矛盾,因为 $\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$ 是由 $\neg(\cdot\Psi_j \cap \cdot\Omega_j)$ 而来, $\cdot\Psi_j \neq \cdot\Omega_j$ 是由 $\neg(\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j)$ 而来。依据图3, $\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$ 必然是 $\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$, $\cdot\Psi_j \neq \cdot\Omega_j$ 可能是 $\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$,故($\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$)($\cdot\Psi_j \neq \cdot\Omega_j$) = ($\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$)($\cdot\Psi_j \neq \cdot\Omega_j$) = ($\cdot\Psi_j \propto \cdot\Omega_j$)。其可能蕴涵关系式

$\diamond[(\Psi_j \neq \Omega_j) \rightarrow (\Psi_j \propto \Omega_j)]$, 正是从内涵相异主谓项中寻找内涵相反主谓项之分析推理如 $\vdash$
 $\diamond[(S_1 e P_1 \neq S_2 e P_2) \rightarrow (S_1 e P_1 \propto S_2 e P_2)]$, 然后再进入内涵相反主谓项之综合推理如 $\vdash \square[\exists(\forall) Se P \leftrightarrow \exists(\forall) \bar{S} e \bar{P}]$ 的逻辑依据。

图 4 中部和下部的关系也是图 3 的推广。由此, 如果图 3 成立, 那么图 4 也应该成立。

如果用图 4 的观点反观图 3, 则其左上部的 $(\Psi_j \neq \Omega_j)(\Psi_j \propto \Omega_j)$ 中的 $(\Psi_j \neq \Omega_j)$ 可能是 $(\Psi_j \propto \Omega_j)$, $(\Psi_j \propto \Omega_j)$ 必然是 $(\Psi_j \propto \Omega_j)$, 故 $(\Psi_j \neq \Omega_j)(\Psi_j \propto \Omega_j) = (\Psi_j \propto \Omega_j)$ 。由此 $\diamond[(\Psi_j \propto \Omega_j) \rightarrow (\Psi_j \propto \Omega_j)]$ 成立。再结合图 4 的 $\diamond[(\Psi_j \propto \Omega_j) \rightarrow (\Psi_j = \Omega_j)]$ 成立, 则可得外延式 $\diamond[(\Psi_j = \Omega_j) \leftrightarrow (\Psi_j \propto \Omega_j)]$ 成立。因相同式与相似式两者间既可视是相似者, 也可视为是相异者, 故依据相似公理或相异公理, 皆可证其外延可互蕴 $(\leftrightarrow)$ 关系式成立。

同理, 用图 4 的观点反观图 3, 则其右上部的 $(\Psi_j \neq \Omega_j)(\Psi_j \propto \Omega_j)$ 中的 $(\Psi_j \neq \Omega_j)$ 必然是 $(\Psi_j \neq \Omega_j)$, $(\Psi_j \propto \Omega_j)$ 可能是 $(\Psi_j \neq \Omega_j)$, 故 $(\Psi_j \neq \Omega_j)(\Psi_j \propto \Omega_j) = (\Psi_j \neq \Omega_j)$ 。由此 $\diamond[(\Psi_j \propto \Omega_j) \rightarrow (\Psi_j \neq \Omega_j)]$ 成立。再结合图 4 的 $\diamond[(\Psi_j \neq \Omega_j) \rightarrow (\Psi_j \propto \Omega_j)]$ 成立, 则可得内涵式 $\diamond[(\Psi_j \propto \Omega_j) \leftrightarrow (\Psi_j \neq \Omega_j)]$ 成立。因相反式与相异式两者间既可视是相似者, 也可视为是相异者, 故依据相似公理或相异公理, 皆可证其内涵可互蕴 $(\leftrightarrow)$ 关系式成立。

由上分析可知: 以往逻辑学仅只研究了外延相同和相似的种种不同内涵表现的推理情况, 未来逻辑学还须研究内涵相反和相异的种种不同外延表现的推理情况。明确图 3 图 4 所揭示出的镜象对称关系——逻辑推理基础类型关系之外延与内涵间或同构性或异构性的相互转换关系, 就为我们从外延逻辑推理研究走向逻辑学界至今也难以深入的内涵逻辑推理研究, 奠定了最基本的思想条件!

三、结 论

逻辑就是研究推理的。不论是由相同主谓变元及由其所构成的相同命题变元等等的外延相干必互蕴推理, 还是由相反主谓变元及由其所构成的相反命题变元等等内涵相干必互蕴推理, 也不论是在此两必互蕴的衍涵推理基础上, 再对其作推广扩充的相似或相异主谓变元及由其所构成的相似或相异命题变元的外延或内涵的可互蕴推理, 都应该是逻辑学的研究对象!

由于逻辑对推理的研究, 从来都不可能是脱离描述变元之内容的纯逻辑常项之形式关系的研究, 而只能是在标示描述内容的“所指—能指”变元与标示逻辑形式的“断言—断定”常项相结合的前提下进行的——因为没有内容变元之“指”就不可能有形式常项之“断”, 而形式常项之“断”必然是对内容变元之“指”的断。在这种“指断合一”情况下, 仅只设定内容变元之“指”保持外延相同不变而其内涵可变, 这并没有丢弃代表同一变元之“指”, 而代表纯形式的逻辑常项之“断”不能有逻辑矛盾, 这也仅只是针对同一变元之“指”的无逻辑矛盾之断。当今, 对同一变元之“所指—能指”的断不能有逻辑矛盾, 这已经在现代数理逻辑的定理集中有了充分完美的体现, 其不同的逻辑定理皆为永真式或重言式(所谓“重言”, 就是“同语反复”), 它们皆遵从同一律、排中律和不矛盾律! 这时, 如果我们再否定 $(\neg)$ 同一变元之“所指—能指”保持外延相同 $(=)$ 不变, 从而使其不同一变元之“所指—能指”成为内涵相反 $(\propto)$ 或相异 $(\neq)$ 甚至外延相似 $(\propto)$, 那么对此之“断”不能有逻辑矛盾, 其新增的逻辑定理集又将如何表现呢?

在《千年逻辑之争终成合和之解——对形式逻辑和辩证逻辑之关系的解析》^[5]一文中, 笔者已经证明: 依据形式逻辑的“相同者必存在互蕴”公理, 可以推导出“对各相同者之断言的同一律、排中律和不矛盾律”, 而依据辩证逻辑的“相反者必存在互蕴”公理, 也可以推导出“对两相反者之断言的同一律、排中律和不矛盾律”, 并且, 此两公理间的关系必然是相互蕴涵的。

本文又以纯理念的分析与实际的例证说明: 经典数理逻辑只是建立在相同者必存在互蕴公理基础之上的, 其仅仅在描述变元的外延相同前提下所进行的内涵不同的逻辑推理虽然成立但并不完全, 必须引进与其呈正反对称互补关系的相反者必存在互蕴公理^[5], 使其在描述变元的内涵相反前提下所进行的外延不同的逻辑推理也成立, 从而使此两相干且必互蕴的公理间, 呈现出相互蕴涵的关系, 进而再以此两公理为基准, 在双闭双开区间 $[=, (=, \propto), \propto]$ 的引导下, 将极值趋向于 $(\neg)$ 并包含 $(\supset)$ 相同公理 $(=, \propto)$ 的相似公理 $(\propto, \propto)$, 将极值趋向于 $(\neg)$ 并包含 $(\supset)$ 相反公理 $(\propto, \propto)$ 的相异公理 $(\neq, \propto)$, 也引进现代逻辑的研究领域, 从而使此两可能互蕴的公理间, 也呈现出相互蕴涵的关系。这既大大拓宽了经典数理逻辑关于描述变元之外延相同的推理范围, 又使关于描述变元之内涵相反或相异甚至外延相似的推理运用有了极其广阔的新天地——从而使其更接近于人类的实际推理或日常运用。这种研究已经从根本上突破了自定框框, 仅只在相同者必存在互蕴公理范围之内运思的经典、主流、标准逻辑的局限性。

可以将相同、相似、相异、相反 4 大公理在逻辑推理基础理论上的关系, 用中华太极图形象化地总结如下(如图 5):

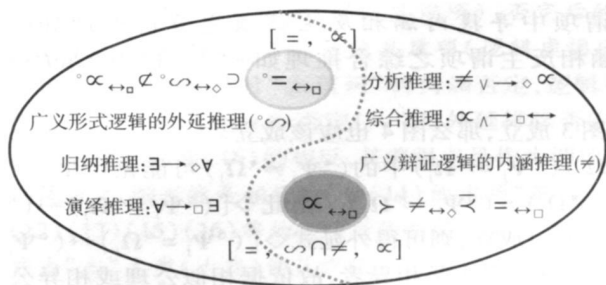


图5 广义形式逻辑与广义辩证逻辑间的正反对称互补关系

显然依据前二节所述,可以验证图5的广义外延性形式逻辑与广义内涵性辩证逻辑间的相反对称互补关系:

1. 广义形式逻辑推理($= \leftrightarrow \subset \neq \leftrightarrow$)的核心是外延相同者必存在互蕴($= \leftrightarrow$)。从特称到全称的外延可能归纳推理($\exists \rightarrow \forall$),如 $\vdash \Diamond (\exists SeP \rightarrow \forall SeP)$,走向从全称到特称的外延必然演绎推理($\forall \rightarrow \exists$),如 $\vdash \Box (\forall SeP \rightarrow \exists SeP)$,必须从外延相似可能互蕴推理($\neq \leftrightarrow$)的主谓项($S_1 \neq S_2$ 与 $P_1 \neq P_2$)中归纳出其外延相同的主谓项(在外延相同谓项 $P = P$ 的基础上归纳出其外延相同主项 $S = S$),由此, $\forall SeP \rightarrow \exists SeP$ 才必然成立($\vdash \Box$)。

2. 广义辩证逻辑推理($\neq \leftrightarrow \subset \neq \leftrightarrow$)的核心是内涵相反者必存在互蕴($\neq \leftrightarrow$)。从相异到相反的内涵可能分析推理($\neq \vee \rightarrow \alpha$),如 $\vdash \Diamond [(S_1 eP_1 \neq S_2 eP_2) \rightarrow (S_1 eP_1 \neq S_2 eP_2)]$,走向从相反到互蕴的内涵必然综合推理($\alpha \wedge \rightarrow \leftrightarrow$),如 $\vdash \Box [(S_1 eP_1 \neq S_2 eP_2) \rightarrow (S_1 eP_1 \neq S_2 eP_2)]$,必须从内涵相异可能互蕴推理($\neq \leftrightarrow$)的主谓项($S_1 \neq S_2$ 与 $P_1 \neq P_2$)中分析出其内涵相反的主谓项(在内涵相反谓项 $P \neq P$ 的基础上分析出其内涵相反主项 $S \neq S$),由此,即使是对主项加上了相同量词的互蕴式 $\exists (\forall) SeP \leftrightarrow \exists (\forall) \tilde{S} e\tilde{P}$,也必然成立($\vdash \Box$)。

3. 二极双闭区间 $[=, \alpha]$ 的两端项已经显露出:必互蕴的相同公理($= \leftrightarrow$)和相反公理($\neq \leftrightarrow$)就是逻辑学的对偶核心公理,这是正反对称互补关系。而三极双闭双开区间 $[=, \neq \leftrightarrow, \alpha]$ 的中间项又显露出:各包含一端的可能互蕴的相似公理($\neq \leftrightarrow$)和相异公理($\neq \leftrightarrow$)就是逻辑学的对偶推广公理,这也是正反对称互补关系。由此可知,在广义形式逻辑的外延推理($= \leftrightarrow \subset \neq \leftrightarrow$)——传统形式逻辑和现代数理逻辑推理——的观念中,还缺失了客观存在着的与其呈正反对称互补关系的对极——广义辩证逻辑的内涵推理($\neq \leftrightarrow \subset \neq \leftrightarrow$)。在哥德尔第一不完全性定理已经昭示出现代形式逻辑不完全性的前提下^[6],我们必须将这种对称缺失也补充进去!

按此思路,笔者已经揭示出了此4大公理的语形结构及其内涵与外延间或同构或异构之相互转换的逻辑语义。虽就其各自而言,它们皆具有“所指—能指”之内涵反称演算($\sim$)的独立性和“断言—断定”之外延排除演算($\neg$)的一致性,但就其整体而言,它们却又具有“部分—组成”的相似与相异之交($\cap$)集的过渡性(中间集)和相似与相异之并($\cup$)集的完全性(大全集),由此合成逻辑推理基础类型的太和公理,即:

$$LTJL = \{ = \leftrightarrow, \neq \leftrightarrow, \neq \leftrightarrow, \alpha \leftrightarrow \}.$$

可以说:21世纪的逻辑学研究应该突破仅仅在“所指—能指”四同一设定下的“断言—断定”无逻辑矛盾的外延相同之逻辑思维的推理框框,再走向还兼及在“所指—能指”四不同—设定下的“断言—断定”无逻辑矛盾的内涵不同之逻辑思维的推理情况^①[4]262-265——这就是未来逻辑科学更为广阔更具实用性的全新研究方向!

[参考文献]

- [1] 罗翊重. 对逻辑推理四大基础类型的反演算和非演算[J]. 昆明学院学报, 2009 31(4): 48-54
- [2] 罗翊重. 东西方矛盾观的形式演算(第2卷): 正反数理逻辑概论[M]. 昆明: 云南科技出版社, 1998
- [3] 北京大学哲学系外国哲学史教研室. 西方哲学原著选读(上卷)[M]. 北京: 商务印书馆, 1982 23
- [4] 罗翊重. 东西方矛盾观的形式演算(第1卷): 《易经》象数学概论[M]. 昆明: 云南科技出版社, 1998 38-45
- [5] 罗翊重. 千年逻辑之争终成合和之解——对形式逻辑和辩证逻辑之关系的解析[J]. 昆明学院学报, 2008 30(3): 45-51
- [6] 胥良. 从代数不等式的非反演算看哥德尔的第一不完全性定理[J]. 昆明学院学报, 2008 30(3): 40-44

①任何词项的内涵意义通常都是用自然语言形态的语词串本身来表达的,由此才能决定该词项的外延意义。而对任何相同、相似、相异、相反词项的内涵判定,不能仅仅停留在定性水平而应该深化为定量水平。这就需要对长度相同的同义语词串及与其近义的相似语词串,反义语词串及与其近义的相异语词串等进行判定,否则就难以对内涵性的主谓项进行明确的相同、相似、相反、相异的定量的推理演算——智能计算机的知识反推算,需要的正是这种能够对内涵语词串本身进行定量水平的判定和演算。对此,笔者已经证出相同语词串和相反语词串之内涵的纯形式判定引理(参见文后参考文献[4]),至于相似语词串和相异语词串之内涵的纯形式判定引理,将留待另文与此一并发表。