第 22 卷　第 1 期　成都理工大学学报(社会科学版)　Vol. 22　No. 1
2014 年 1 月　JOURNAL OF CHENGDU UNIVERSITY OF TECHNOLOGY(Social Sciences)　Jan.,2014

DOI:10.3969/j.issn.1672-0539.2014.01.008

异质性产品市场条件下三大博弈比较研究

王志刚,周永刚,黄圣男,钟倩琳

(中国人民大学　农业与农村发展学院,北京　100872)

摘　要:经典的古诺博弈、斯坦克尔博格博弈和伯川德博弈在市场是完全信息化且产品同质性的情况下得出了各自的纳什均衡解。然而,现实经济社会中的寡头垄断市场难以满足产品同质性的假设。因此,通过放宽经典模型中的“产品同质化”这一假设,可从异质性产品市场的角度出发,比较分析三大博弈的纳什均衡结果,并探究在斯坦克尔博格博弈中,先动厂商的均衡利润相较于其他两个博弈的均衡利润是否存在比较优势。研究结果表明,由于产品的可替代性和互补性的不同,三大博弈的市场均衡结果之间存在显著区别。但斯坦克尔博格博弈的先动厂商无论在产品是可替代品或互补品的情况下,其均衡利润都大于古诺博弈及伯川德博弈的均衡结果。

关键词:博弈;异质性产品;均衡结果;先动优势

中图分类号:F016　文献标志码:A　文章编号:1672-0539(2014)01-0043-05

一、引言

寡头垄断市场是现实中较为常见的市场结构形式之一,关于其博弈研究的经典模型则为:古诺博弈、斯坦克尔博格博弈和伯川德博弈三大博弈。古诺博弈分析了两个生产同质产品厂商如何以产量作为选择变量进行竞争的问题,而后得出了古诺纳什均衡结果;伯川德博弈则是在与古诺博弈有相同前提条件下,以价格作为选择变量进行竞争的问题。与古诺博弈及伯川德博弈同时进行选择的不同,斯坦克尔伯格博弈提出了“领导者－追随者模型”,以产量为选择变量,两厂商的决策具有先后顺序。以其均衡结果作为理论支撑,斯坦克尔博格博弈进一步提出了“先动优势”,即率先进入市场的厂商可以获得有利于自身的优势。

目前,国内无论从理论推导还是实际应用方面,对这三大博弈均有较为深入的研究。黄龙生(2004)深入研究了不完全信息静态古诺博弈的求解方法[1];魏翔(2008)用广义函数中的冲激函数和阶跃函数来刻画间断需求函数,弥补以往伯川德博弈研究缺乏数学论证的缺陷,证明了原始伯川德博弈的结论是近似的,严格意义上的纳什均衡点是双方都定价于比边际成本略微高一点的位置上,只有市场需求曲线为水平线时,均衡结果才收敛于伯川德博弈[2];胡洁(2006)深入探讨了不完全信息维度下的斯坦克尔博格博弈模型及均衡情况,其分析结果表明,一维博弈及均衡是多维博弈及均衡的特殊情况[3]。王志刚、朱艺云(2011)以经典的斯坦克尔博格博弈模型为基础,引入成本－利润差曲线,深入考察了成本对厂商先后动的影响机理,确定了厂商先后动的临界成本点和成本区间,并确立了在不同成本结构下高成本厂商的先动和低成本厂商的后动策略理论[4]。综上所述,目前我国学者大多集中于探讨信息不完全情况下三大博弈各自的均衡状况,并应用于不同行业的现实问题分析中,鲜有从异质性产品市场的角度出发关于三大博弈的研究及对三大博弈进行对比分析的相关研究。

收稿日期:2013-09-06
基金项目:国家社会科学基金重大项目(11&ZD052)、中国人民大学科学研究基金、中央高校基本科研业务费专项资金资助项目、明德青年学者培育计划项目(10XNJ020)的研究成果之一
作者简介:王志刚(1965－),男,辽宁开原人,教授,博士生导师,主要研究方向为产业组织理论、食品经济学等;周永刚(1986－),男,江苏徐州人,博士研究生;黄圣男(1990－),女,安徽宿州人,博士研究生;钟倩琳(1989－),女,成都人,硕士研究生。

因此,本文从异质性产品市场的角度出发,在构建异质性产品市场的三大博弈模型的基础上,比较分析了三个博弈理论的均衡结果,并进一步探究在异质性产品市场下,斯坦克尔博格博弈中先动厂商的均衡利润相较于其他两个博弈的均衡利润是否存在优势。

二、异质性产品市场下的三大博弈分析

在本文中,笔者借鉴石磊、寇宗来(2003)的差异化产品下的博弈模型[5],设定相关的前提条件。假设市场中存在厂商 A 和 B,两厂商产品的价格分别是 P_A、P_B,产量为 q_A、q_B,并且没有生产能力的限制。不失一般性,假设厂商 A 和 B 成本为零,两厂商生产的异质性产品独立地选择价格或产量,但只可选择其一进行博弈竞争。

令消费者的效用函数 U 为严格凹函数且存在二阶导数,设为

$$U=(q_A,q_B)=\alpha(q_A+q_B)-(\beta q_A^2+2\gamma q_Aq_B+\beta q_B^2)/2 \quad (1)$$

其中,$\alpha>0$,$\beta>|\gamma|>0$。当 $\gamma>0$ 时,产品是可替代的;当 $\gamma<0$ 时,产品是互补的。对效用函数求导,可得两厂商的逆需求函数为:

$$\begin{cases} P_A=\alpha-\beta q_A-\gamma q_B \\ P_B=\alpha-\gamma q_A-\beta q_B \end{cases} \quad (2)$$

(2)式可以通过反解得到两厂商的市场需求函数为:

$$\begin{cases} q_A=a-bP_A+cP_B \\ q_B=a-bP_B+cP_A \end{cases} \quad (3)$$

其中 $a\equiv\dfrac{\alpha}{\beta-\gamma}$,$b\equiv\dfrac{\beta}{\beta^2-\gamma^2}$,$c\equiv\dfrac{\gamma}{\beta^2-\gamma^2}$

(一)异质化产品市场下的古诺博弈

若两厂商进行异质性产品市场下的古诺博弈,即选定产量为博弈决策变量,根据(2)式,厂商 A 选择 q_A 极大化利润:

$$\Pi_A(q_A,q_B)=P_Aq_B=(\alpha-\beta q_A-\gamma q_B)q_A \quad (4)$$

对产量 q_A 求一阶导数,可得:

$$q_A^c(q_B)=(\alpha-\gamma q_B)/2\beta \quad (5)$$

同样,根据对称性可以得到异质性产品市场下古诺博弈的均衡结果为:

$$\begin{aligned} &q_A^c=q_B^c=\alpha/(2\beta+\gamma), \\ &P_A^c=P_B^c=\alpha\beta/(2\beta+\gamma), \\ &\Pi_A^c=\Pi_B^c=\alpha^2\beta/(2\beta+\gamma)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

(二)异质化产品市场下的斯坦克尔博格博弈

考虑两个厂商进行斯坦克尔博格博弈的情况,其中 A 为领头厂商,B 为追随厂商。假设异质性产品市场中信息完全化,该博弈分两阶段进行:第一阶段领头厂商 A 选择决策变量 q_A;第二阶段尾随厂商在观察到领头厂商的选择后设定自己的反应变量 q_B,领头厂商预见尾随厂商的反应,从而在第一阶段设定最优策略使自己的利润最大化,两厂商得到各自的收益。

厂商 A 选择产量 q_A 为决策变量时,根据(2)式,厂商 B 也选择产量 q_B,其利润为:

$$\Pi_B(q_A,q_B)=P_Bq_B=(\alpha-\beta q_B-\gamma q_A)q_B \quad (7)$$

对产量 q_B 求一阶导数,得到厂商 B 最优反应函数为

$$q_B=\frac{1}{2\beta}(\alpha-\gamma q_A) \quad (8)$$

已知厂商 B 的生产函数,厂商 A 在第一阶段最大化自己的利润

$$\Pi_A(q_A,q_B)=P_Aq_A=(\alpha-\beta q_A-\gamma\frac{1}{2\beta}\alpha-\gamma q_A))q_A \quad (9)$$

对厂商 A 的利润求一阶导数,得厂商 A 的最优产量 $q_A^L=\alpha(2\beta-\gamma)/2(2\beta^2-\gamma^2)$。代入到(2)、(8)、(9)式可得在异质性产品市场下斯坦克尔博格博弈的均衡结果为:

$$\begin{aligned} &q_B^F=\alpha(4\beta^2-\gamma^2-2\beta\gamma)/4\beta(2\beta^2-\gamma^2), \\ &P_A^L=\alpha(2\beta-\gamma)/4\beta, \\ &P_B^F=\alpha(4\beta^2-\gamma^2-2\beta\gamma)/4(2\beta^2-\gamma^2) \\ &\Pi_A^L=\alpha^2(2\beta-\gamma)^2/8\beta(2\beta^2-\gamma^2), \\ &\Pi_B^F=\alpha^2(4\beta^2-\gamma^2-2\beta\gamma)^2/16\beta(2\beta^2-\gamma^2)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

(三)异质化产品市场下的伯川德博弈

古诺博弈及斯坦克尔伯格博弈均以产量作为选择变量进行决策,在此我们将考虑两个厂商进行差异产品的伯川德博弈,即以厂商的生产价格作为选择变量进行决策。根据(3)式,厂商 A 选择 p_A 极大化利润:

$$\Pi_A(P_A,P_B)=P_Aq_B=P_A(a-bP_A+cP_B) \quad (11)$$

对价格 P_A 求一阶导数,可得:

$$P_A^b(P_B)=(a+cP_B)/2b \quad (12)$$

即给定厂商 B 的价格,厂商 A 的最优选择价格由上式给出。根据对称性,可得异质性产品市场下伯川德博弈的均衡解为:

$$\begin{aligned} &P_A^b=P_B{}^b=a/(2b-c)=\alpha(\beta+\gamma)/(2\beta-\gamma), \\ &P_A^b=q_B{}^b=ab/(2b-c)=\alpha\beta/(2\beta-\gamma)(\beta-\gamma) \\ &\Pi_A^b=\Pi_B^b=a^2b/(2b-c)^2= \\ &\alpha^2\beta(\beta+\gamma)/(2\beta-\gamma)^2(\beta-\gamma) \end{aligned} \quad (13)$$

至此,我们得到了异质性产品市场下三大博弈的均衡结果,详见表 1。

表 1　三大博弈均衡结果

	古诺博弈	斯坦克尔博格博弈	伯川德博弈
$P_i(i=A,B)$	$\alpha\beta/(2\beta+\gamma)$	$P_A^L=\alpha(2\beta-\gamma)/4\beta$ $P_B^F=\alpha(4\beta^2-\gamma^2-2\beta\gamma)/4(2\beta^2-\gamma^2)$	$\alpha(\beta+\gamma)/(2\beta-\gamma)$
$q_i(i=A,B)$	$\alpha/(2\beta+\gamma)$	$q_A^L=\alpha(2\beta-\gamma)/2(2\beta^2-\gamma^2)$ $q_B^F=\alpha(4\beta^2-\gamma^2-2\beta\gamma)/4\beta(2\beta^2-\gamma^2)$	$\alpha\beta/(2\beta-\gamma)(\beta-\gamma)$
$Q=q_A+q_B$	$2\alpha(2\beta+\gamma)$	$\alpha(8\beta^2-\gamma^2-4\beta\gamma)/4\beta(2\beta^2-\gamma^2)$	$2\alpha\beta/(2\beta-\gamma)(\beta-\gamma)$
$\Pi_i(i=A,B)$	$\alpha^2\beta(2\beta+\gamma)^2$	$\Pi_A^L=\alpha^2(2\beta-\gamma)^2/8\beta(2\beta^2-\gamma^2)$ $\Pi_B^F=\alpha(4\beta^2-\gamma^2-2\beta\gamma)/16\beta(2\beta^2-\gamma^2)$	$\alpha^2(\beta+\gamma)\beta/(2\beta-\gamma)^2(\beta-\gamma)$
$\Pi_t=\Pi_A+\Pi_B$	$2\alpha^2\beta(2\beta+\gamma)^2$	$\alpha^2(32\beta^4-\gamma^4-24\beta^3\gamma-4\beta^2\gamma^2+8\beta\gamma^3)^2/16\beta(2\beta^2-\gamma^2)^2$	$2\alpha^2(\beta+\gamma)\beta/(2\beta-\gamma)^2(\beta-\gamma)$

三、三大博弈的均衡结果比较

(一)古诺博弈与伯川德博弈比较

考虑古诺博弈和伯川德博弈。分别将两种博弈下异质性产品市场均衡产量和总利润作比较,得出如下结果:

$P^b-P^c=(2\beta\gamma+\gamma^2)/\ (2\beta+\gamma)(2\beta-\gamma)>0$

$Q^b-Q^c=(2\beta-\gamma)\gamma\alpha/(2\beta-\gamma)(\beta-\gamma)(2\beta+\gamma)$

[当 $\gamma>0$,$(2\beta-\gamma)\gamma\alpha>0$,则 $Q^b>Q^c$;当 $\gamma<0$,$(2\beta-\gamma)\gamma\alpha<0$,则 $Q^b<Q^c$]

$$\Pi_t^b/\Pi_t^c=\frac{4\beta^3+8\beta^2\gamma+5\beta\gamma^2+\gamma^3}{4\beta^3-8\beta^2\gamma+5\beta\gamma^2-\gamma^3}=\frac{4\beta^3+8\beta^2\gamma+5\beta\gamma^2+\gamma^3}{(4\beta^3+8\beta^2\gamma+5\beta\gamma^2+\gamma^3)-2\gamma(8\beta^2+\gamma^2)}$$

[当 $\gamma>0$,$2\gamma(8\beta^2+\gamma^2)>0$,$\Pi_t^b/\Pi_t^c>1$,则 $\Pi_t^b>\Pi_t^c$;当 $\gamma<0$,$2\gamma(8(\beta2+\gamma^2)<0$,$\Pi_t^b/\Pi_t^c<1$,则 $\Pi_t^b<\Pi_t^c$]

结论 1:当 $\gamma>0$,即两厂商生产的产品是替代品时,$P^b>P^c$,$Q^b>Q^c$,$\Pi_t^b>\Pi_t^c$;当 $\gamma<0$,即两厂商生产的产品是互补品时,$P^c<P^b$,$Q^b<Q^c$,$\Pi_t^b<\Pi_t^c$;

该结论表明,无论两厂商生产的产品是替代品还是互补品,古诺博弈的均衡价格总是小于伯川德博弈的均衡价格。而当厂商 A 和厂商 B 生产的产品为替代品时,市场上伯川德博弈比古诺博弈生产更多的产品,并且市场总利润更大。反之,当厂商 A 和 B 生产的产品为互补品时,市场上古诺博弈较伯川德博弈生产的产品更多且市场总利润更大。根据该结论我们可以知道,若厂商生产的产品是可替代的,那么厂商选择价格作为决策变量,其市场总利润更大;反之,若厂商生产的产品是互补品,那么厂商以产量作为决策变量的博弈为市场带来更多的利润和产量。

(二)古诺博弈与斯坦克尔伯格博弈比较

考虑古诺博弈和斯坦克尔博格博弈,对两种博弈下异质性产品市场的均衡产量和总利润做如下比较:

$P_A^L-P_B^F=\gamma^2(\gamma-\beta)/4\beta(2\beta^2-\gamma^2)<0$

$P_A^L-P^c=-\gamma^2/4\beta\ (2\beta+\gamma)<0$

$P_B^F-P^c=-\gamma^3/4(2\beta+\gamma)(2\beta^2-\gamma^2)$(当 $\gamma>0$ 时 $\gamma^3>0$,$P_B^F-P^c<0$;当 $\gamma<0$ 时 $\gamma^3<0$,$P_B^F-P^c>0$)

$q_A^L/q^c=(4\beta^2-\gamma^2)/(4\beta^2-2\gamma^2)>1$,

$q_B^F/q^c=(8\beta^3-4\beta\gamma^2-\gamma^3)/(8\beta^3-4\beta\gamma^2)$(当 $\gamma>0$ 时 $\gamma^3>0$,$q_B^F/q^c<1$;当 $\gamma<0$ 时 $\gamma^3<0$,$q_B^F/q^c>1$),

$Q^s-Q^c=\gamma^2(2\beta-\gamma)/4\beta(2\beta^2-\gamma^2)(2\beta+\gamma)>0$,

$\Pi_A^L/\Pi^c=(16\beta^4-8\beta^2\gamma^2+\gamma^4)/8\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)=[8\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)+\gamma^4]/8\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)>1$,

$\Pi_B^F/\Pi^c=[16\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)-8\beta^2\gamma^2(2\beta^2-\gamma^2)+\gamma^6]/16\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)=[16\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)+\gamma^2(\gamma^4-16\beta^4+8\beta^2\gamma^2)]/16\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)<[16\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)-9\gamma^2\beta^4]/16\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)<1$

$\Pi_t^s/\Pi_t^c=[(128\beta^6-128\beta^4\gamma^2+32\beta^2\gamma^4)+\gamma(32\beta^5+48\beta^4\gamma+8\beta^3\gamma^2-8\beta^2\gamma^3+4\beta\gamma^4-\gamma^5)]/(128\beta^6-128\beta^4\gamma^2+32\beta^2\gamma^4)$

(因为 $32\beta^5+48\beta^4\gamma+8\beta^3\gamma^2-8\beta^2\gamma^3+4\beta\gamma^4-\gamma^5>0$,所以当 $\beta>\gamma>0$ 时,$\Pi_t^s/\Pi_t^c>1$;当 $-\beta<\gamma<0$ 时,$\Pi_t^s/\Pi_t^c<1$)

结论 2:当 $\gamma>0$,即两厂商生产的产品是替代品时,$P^c>P_B^F>P_A{}^L$,$q_A^L>q^c$,$q^c>q_B^F$,$Q^s>Q^c$,$\Pi_A^L>\Pi^c$,$\Pi^c>\Pi_B^F$,$\Pi_t^s>\Pi_t^c$;当 $\gamma<0$,即两厂商生产的产品是互补品时,$P_A^L<P^c<P_B^F$,$q^c<q_A^L$,$q^c<q_B^F$,$Q^c<Q^s$,$\Pi^c<\Pi_A^L$,$\Pi_B^F<\Pi^c$,$\Pi_t^s<\Pi_t^c$;

上述结论解释了,无论厂商 A 和 B 生产的产品是互补品还是替代品,斯坦克尔伯格博弈中先动厂商的均衡价格总是小于后动厂商及古诺博弈中的单个厂商的价格,但是其均衡产量及利润总是大于古诺博弈中单个厂商的产量及利润,而后动厂商的利润总是小于古诺博弈中的单个厂商的利润。并且,斯坦克尔伯格博弈中市场的总产量大于古诺博弈中市场的总产量。当厂商生产的产品是可替代时,后

动厂商的均衡产量和均衡价格均小于古诺博弈中单个厂商的产量和价格，但斯坦克尔伯格博弈中市场总利润大于古诺博弈中的市场总利润。当厂商生产的产品是互补品时，后动厂商的均衡产量和价格都大于古诺博弈中单个厂商的产量和价格，且斯坦克尔伯格博弈中市场总利润小于古诺博弈中的市场总利润。

基于上述结论可知，从单个厂商来看，若厂商有条件作为领导者，那么它选择斯坦克尔博格博弈更有利于其追求“先动优势”。从整个市场来看，产品的可替代性或互补性不影响两大博弈的市场总产量，但会影响两大博弈的市场总利润及单个厂商产品的市场价格。

(三)斯坦克尔伯格博弈与伯川德博弈比较

在考察斯坦克尔伯格博弈与伯川德博弈均衡结果之前，通过结论 1 和结论 2 我们可以得到以下结果：

当 $\gamma>0$，因为 $P^b>P^c$，$P^c>P_B^F>P_A^L$，$q^b>q^c$，$q^c>q_B^F$，$\Pi^b>\Pi^c$，$\Pi^c>\Pi_B^F$，可以得到 $P^b>P_B^F>P_A^L$，$q^b>q_B^F$，$\Pi^b>\Pi_B^F$；当 $\gamma<0$ 时，因为 $P_A^L<P^c<P^b$，$q^b<q^c$，$q^c<{q_A}^L$，$q^c<{q_B}^F$，$\Pi^b<\Pi^c$，$\Pi^c<\Pi_A^L$，可以得到 $P_A^L< P^b$，$q^b<q_A^L$，$q^b<q_B^F$，$Q^b<Q^s$，$\Pi^b<\Pi_A^L$。

在此基础上比较斯坦克尔伯格博弈和伯川德博弈的均衡情况，对两博弈的均衡解做如下比较：

$P_B^F- q^b=(6\beta^3-10\beta^2\gamma+\beta\gamma^2+2\gamma^3)/4(2\beta-\gamma)(2\beta^2-\gamma^2)$（当 $\gamma<0$ 时，$6\beta^3-10\beta^2\gamma+\beta\gamma^2+2\gamma^3>0$，即 $P_B^F-q^b>0$），

$q_A^L/q^b=(4\beta^2-\gamma^2)/[(4\beta^2-\gamma^2)-\gamma^2(\beta+\gamma)]$（当 $\gamma>0$ 时，$q_A^L/q^b>1$），

$Q^s/Q^b=(18\beta^3-10\beta^2\gamma-2\beta\gamma^2-\gamma^3)/(16\beta\gamma^3-8\beta^4)$

[当 $\gamma>0$ 时，$(18\beta^3-10\beta^2\gamma-2\beta\gamma^2-\gamma^3)/(16\beta\gamma^3-8\beta^4)>5\beta^3/8\beta^4=5/8\beta$，若 $\beta>1.6$，则 $Q^s/Q^b>1$]，

$\Pi_A^L/\Pi^b=[8\beta^2(\beta^2-\gamma^2)+\gamma^4]/8\beta^2(\beta^2-\gamma^2)$（当 $\gamma<0$ 时，${\Pi_A}^L/\Pi^b>1$），

$\Pi_B^F/\Pi^b=[16(\beta+\gamma)\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)^2+\gamma(61\beta^7+76\beta^5\gamma^2-60\beta^4\gamma^3+13\beta^3\gamma^4-\beta^2\gamma^5+9\beta\gamma^6+\gamma^7)]/16(\beta+\gamma)\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)^2$

[当 $\gamma<0$ 时，$\gamma(61\beta^7+76\beta^5\gamma^2-60\beta^4\gamma^3+13\beta^3\gamma^4-\beta^2\gamma^5+9\beta\gamma^6+\gamma^7)<0$，$\Pi_B^F/\Pi^b<1$]

$\Pi_t^s/\Pi_t^b=[32\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)^2(\beta+\gamma)+(128\beta^7+128\beta^6\gamma-128\beta^5\gamma^2-128\beta^4\gamma^3+32\beta^3\gamma^4+32\beta^2\gamma^5)]/32\beta^2(2\beta^2-\gamma^2)^2(\beta+\gamma)$

[当 $\beta>\gamma>0$ 时，$128\beta^7+128\beta^6\gamma-128\beta^5\gamma^2-128\beta^4\gamma^3+32\beta^3\gamma^4+32\beta^2\gamma^5>32\beta^3\gamma^4+32\gamma^2\gamma^5>0$，$\Pi_t^s/\Pi_t^b>1$；

当 $-\beta<\gamma<0$ 时，$128\beta^7+128\beta^6\gamma-128\beta^5\gamma^2-128\beta^4\gamma^3+32\beta^3\gamma^4+32\beta^2\gamma^5<-128\beta^4\gamma^2(\beta+\gamma)<0$，$\Pi_t^s/\Pi_t^b<1$]

结论 3：当 $\gamma>0$，即两厂商生产的产品是替代品时，$P^b>P_B^F>P_A^L$，$q_A^L>q^b$，$q^b>q_B^F$，$Q^s>Q^b$（当 $\beta>1.6$ 时），$\Pi_A^L>\Pi^b$，$\Pi^b>\Pi_B^F$，$\Pi_t^s>\Pi_t^b$；当 $\gamma<0$，即两厂商生产的产品是互补品时，$P_A^L<P^b<P_B^F$，$q^b<q_A^L$，$q^b<q_B^F$，$Q^b<Q^s$，$\Pi^b<\Pi_A^L$，$\Pi_B^F<\Pi^b$，$\Pi_t^s<\Pi_t^b$；

上述结论表明，当厂商生产的产品是替代品时，先动厂商的斯坦克尔伯格博弈的均衡产量大于其在伯川德博弈中的均衡产量，但均衡价格则小于伯川德博弈中的均衡价格；后动厂商的斯坦克尔伯格博弈的均衡产量和价格均小于其在伯川德博弈中的均衡产量和价格；并且，只有当 $\beta>1.6$ 时(即厂商对自己产品的价格敏感度大于 1.6)，斯坦克尔博格博弈中市场总产量大于在伯川德博弈下的市场总产量。除此之外，斯坦克尔伯格博弈的先动厂商的利润和市场总利润均大于伯川德博弈的单个厂商的利润和市场总利润，但后动厂商的均衡利润则小于伯川德博弈中单个厂商的利润。当厂商生产的产品是互补品时，从价格来看，斯坦克尔伯格博弈的先动厂商的均衡价格小于伯川德博弈中的均衡价格，小于后动厂商的均衡价格。与此同时，斯坦克尔伯格博弈下的先动厂商产量、后动厂商产量及市场总产量均大于伯川德博弈的单个厂商产量及总产量。从单个厂商的利润来看，先动厂商的斯坦克尔博格博弈均衡利润大于其伯川德博弈的均衡利润，而后动厂商的斯坦克尔博格博弈均衡利润小于其伯川德博弈的情况。就市场总体利润而言，斯坦克尔博格博弈的均衡市场总利润小于伯川德博弈的均衡市场总利润。因此我们可以得知，从单个厂商来看，作为领导者的厂商无论追求利润最大化还是产量最大化，其都将选择进行斯坦克尔博格博弈。从市场来看，产品的可替代性和互补性影响两大博弈市场总利润的比较；而两大博弈的市场总产量孰大孰小，不仅取决于产品的替代性或互补性，而且还取决于厂商对自身产品价格的敏感度。

结论 4：当 $\gamma>0$，即两厂商生产的产品是替代品时，$Q^s>Q^b>Q^c$（其中第一个不等式的前提条件为 $\beta>1.6$），$\Pi_t^s>\Pi_t^b>\Pi_t^c$；当 $\gamma<0$，即两厂商生产的产品是互补品时，$Q^s>Q^c>Q^b$，$\Pi_t^c>\Pi_t^b>\Pi_t^s$。上述结论解释了，当产品可替代时，若厂商对自己产品价格的敏感度大于 1.6，则斯坦克尔博格博弈的市场均衡总产量大于伯川德博弈的均衡总产量，大于古诺

博弈的均衡总产量；与市场总产量相同，斯坦克尔博格博弈的均衡总利润大于其他两博弈的均衡总利润。当产品为互补品时，斯坦克尔博格博弈的均衡总产量仍然大于其他两博弈的均衡结果，但与产品可替代时不同的是，古诺博弈的均衡市场总产量大于伯川德博弈的均衡市场总产量；市场总利润方面则是古诺博弈的均衡结果大于伯川德博弈的均衡结果，大于斯坦克尔博格博弈的均衡结果，参见表 2。

表 2　三大博弈比较结果

	$P_i(i=A,B)$	$q_i(i=A,B)$	Q	$\Pi_i(i=A,B)$	Π_t
$\gamma>0$，互为替代品时	$P^b> P^c>P_B^F>P_A^L$	$q_A^s>q^b>q^c>q_B^F$	$Q^s>Q^b>Q^c$（其中第一个不等式需满足$(\beta>1.6)$	$\Pi_A^L>\Pi^b>\Pi^c>\Pi_B^F$	$\Pi_t^s>\Pi_t^b>\Pi_t^c$
$\gamma<0$，互为互补品时	$P_A^L<P^c<P^b<P_B^F$	$q^b<q^c<q_B^F<q_A^L$	$Q^s>Q^c>Q^b$	$\Pi_B^F<\Pi^b<\Pi^c<\Pi_A^L$	$\Pi_t^c>\Pi_t^b>\Pi_t^s$

四、结论与展望

本文通过构建异质化产品市场下的古诺博弈、斯坦克尔博格博弈和伯川德博弈，分别比较了三大博弈的均衡结果。同时，解释了产品的替代性和互补性对三大博弈均衡结果的影响，肯定了斯坦克尔博格博弈领导厂商的“先动优势”。分析得到的主要结论有如下两点：

第一，当市场的决策者进行决策时，若决策者追求市场总产量最大化，无论产品是可替代品还是互补品，选择斯坦克尔博格博弈将会得到最优结果；若决策者追求市场总利润最大化，当产品是可替代品时选择斯坦克尔博格博弈为最优策略，当产品为互补品时选择古诺博弈是最优策略。

第二，斯坦克尔博格博弈的领导厂商无论在产品是可替代品或互补品的情况下，其均衡利润都是大于古诺博弈及伯川德博弈的均衡结果，即“先动优势”对企业是有益的。因此，若厂商在市场上有作为领头企业的潜在条件，那么其选择与其他厂商进行斯坦克尔博格博弈是该厂商的占优策略。

总之，在实际情况中，也应该把信息不对称的情况及其他外部因素的影响，如两厂商的成本、改变博弈决策后的菜单成本及非线性生产函数等考虑在内，从而做出更合理、恰当的决策分析。有关这方面的具体数理分析，作为我们未来继续研究的内容。

参考文献：

[1] 黄龙生. 不完全信息静态古诺博弈的求解方法[J]. 咸宁学院学报，2004，24(6)：9－12.

[2] 魏翔. 对伯川德博弈的正式数学证明与扩展运用[J]. 经济评论，2008，(1)：14－19.

[3] 胡洁. 不完全信息二维 Stackelberg 博弈模型及均衡[J]. 长江大学学报，2006，3(2)：487－491.

[4] 王志刚，朱艺云. 斯坦克尔伯格竞争下厂商先动和后动的决策机理[J]. 产业经济评论，2011，10(4)：81－90.

[5] 石磊，寇宗来. 产业经济学[M]. 上海：上海三联出版社，2003：56－58.

A Comparative Study of the Three Games under Heterogeneous Products Markets

WANG Zhigang，ZHOU Yonggang，HUANG Shengnan，ZHONG Qianlin

(School of Agricultural Economics and Rural Development，Renmin University of China，Beijing　100872，China)

Abstract：The classic Cournot game，Stackelberg game and Bertrand game indicate the Nash equilibrium solutions under the hypothesis of complete information and product homogeneity market. However，the reality about oligopoly market is hard to satisfy the above hypothesis. This paper broadens the hypothesis of product homogeneities in the classic models，and compares the Nash equilibrium solutions of the three games from the perspective of product heterogeneity. Further，this paper researches that if there is a comparative advantage for the leading firms' Equilibrium profit in the model of Stackelberg game，compared to the other two game equilibrium profits. The result shows that，the outcomes of market equilibrium are dramatically different in these three models，due to the difference between complementary and substitutable products. The equilibrium profit in Stackelberg game is higher than the ones in other two games，no matter whether the products are substitutes or complements.

Key words：game；heterogeneity of product；equilibrium solution；the first mover advantage

责任编辑：刘玉邦