

3-6 年级数学学习困难儿童与正常儿童 空间能力的比较*

赖颖慧¹ 朱小爽¹ 黄大庆² 陈英和¹

(1 北京师范大学发展心理研究所, 北京 100875) (北京联合大学心理素质教育中心, 北京 100101)

摘要 选取 3-6 年级数学学习困难和数学学习正常的儿童共 458 名, 比较了两类儿童空间能力的发展特点。结果表明: (1) 正常儿童的空间能力优于数困儿童, 二者空间视觉化能力均优于空间定向能力; (2) 正常儿童与数困儿童的空间能力均随年龄增长而提高, 但二者不同空间能力快速发展的时间点不同; (3) 单纯数困儿童的空间能力优于混合数困儿童, 后者空间定向能力发展滞后; (4) 正常儿童的空间能力在发展过程中对数学成绩的作用量为 26.17%, 数困儿童为 28.43%。

关键词 儿童, 数学学习困难, 空间能力

分类号 B846

1 引言

数学学习困难 (*mathematical learning difficulties, MLD*) (以下简称数困) 是指儿童智力正常, 但数学学习成绩明显低于其年龄、智力水平和教育程度的应有水平的现象 (Geary, 1993)。数学学习困难常与阅读困难共存, 数困的发生率为 6% - 7%, 其中可能超过半数的儿童属于阅读困难和数学学习困难的混合型数困儿童 (Geary, Hamson, & Hoard, 1999, 2000)。

空间能力是数学认知能力的一个基本要素, 它是主体顺利完成几何任务、应用题及其他复杂数学问题的重要能力之一 (Healy & Hoyles, 2001; Hegarty, & Kozhevnikov, 1999; 俞国良, 曾盼盼, 2003; van Garderen, 2006 (van Garderen, 2006)。在教育部制定的数学课程标准中, “空间与图形” 是学生需要掌握的基本内容 (教育部基础教育司组织编写, 2002)。目前, 研究者对空间能力的界定和结构分析并未统一。有研究者将空间能力 (*spatial ability*) 界定为产生、保持、提取和转换具有良好结构的视觉形象的能力 (Lohman, 1996), 有人则将空间能力分为空间知觉、心理旋转和空间视觉化能力三部分 (Linn & Petersen, 1985; Yang & Chen, 2010); 更为经典的定义是 McGee (1979) 将心理旋转纳入空间

视觉化能力中, 认为空间能力包含两个重要因素, 即空间视觉化能力和空间定向能力。其中, 空间视觉化能力是指对表象进行心理旋转、扭曲变形及翻转等心理操作的能力 (van Garderen, 2006), 其以图形识别能力为基础 (杨孟萍, 石德澄, 1990); 空间定向能力等同于空间知觉, 它早在上世纪 40 年代托尔曼等人探究老鼠的“认知地图” 时就被提出 (Sheynikhovich, Chavarriaga, Strösslin, Arleo, & Gerstner, 2009); 它是指主体对视觉刺激模式内各元素排列的识别与理解以及以身体为参照对空间方位进行判断的能力。许多研究者认为空间定向是单维的, 如吉尔福特等人认为空间定向是一种理解、判断刺激的空间排列关系的能力 (Lohman, 1996), Ekstrom 等人也认为空间定向是一种知觉空间排列或保持客体方位的能力 (游旭群, 晏碧华, 2004)。

空间能力与其他数学能力的联系紧密, 以往研究已表明学前儿童在空间变形测验中的表现能显著预测其在 8 岁时完成符号近似计算任务的成绩 (Gunderson, Ramirez, Beilock, & Levine, 2012); 小学一、二年级儿童的心理旋转能力与数量比较、排序、简便计算等能力显著正相关 (Kyttälä, Aunio, Lehto, Van Luit, & Hautamäki, 2003), 且通过短疗程的空间变形及空间关系训练能提高该年龄段儿童简单加减法及理解位值概念的能力 (Cheng & Mix,

收稿日期: 2013-04-12

* 本研究得到了国家自然科学基金(31271106)的资助。

第一作者: 赖颖慧, 女, 北京师范大学发展心理研究所博士生。

通讯作者: 陈英和, 女, 北京师范大学发展心理研究所教授, 博士生导师。E-mail: chenyinghe@bnu.edu.cn;

黄大庆, 男, 北京联合大学心理素质教育中心讲师。E-mail: huangdaqing@buu.edu.cn。

2011)。空间能力还渗透于数量概念表征、应用题解决等过程中。如,数量表征是以心理数字线这个空间形式进行的,存在视空间表征障碍的儿童相比正常儿童对心理数字线的方向不敏感(Bachot, Gevers, Fias, & Roeyers, 2005)。在数学应用题解决过程中,采用图式表征的人主要编码问题所描述的空间关系;而用图像表征的人主要加工所描述物体的视觉形象。前者促进应用题解决,后者则有消极影响。此外,空间能力还会影响个体未来对数学相关的职业选择。在美国进行的长达50年的大型追踪研究表明,在高中阶段空间测验分数高的学生更可能选择科学、技术、工程和数学(STEM)等专业并从事相关职业(Newcombe, 2013)。在特殊群体的空间能力上,一项对数学早慧少年的纵向研究发现空间能力可以作为筛选早慧少年的重要标准之一(Colangelo, Assouline, & Gross, 2004)。另外,空间和数学的联结可能基于更底层的共享过程,认知神经科学研究已经揭示了人们在加工空间任务和数任务时相似的神经通路(Bueti & Walsh, 2009; Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2005)。同时,空间能力与数学认知能力的关系可能会随个体发展而变化(Geary, 1993):有研究考察了工作记忆各成分对小学儿童的数学推理技能的影响,发现了中央执行和语音回路在数学学习的早期阶段有显著的预测力,而视空间模板则在后续的数学学习过程中逐步发挥出了更大的作用(Meyer, Salimpoor, Wu, Geary, & Menon, 2010);还有研究通过柯西方块任务和数量比较等任务对比考察了幼儿和成人的视空间模板和非符号数能力的关系,结果发现二者在幼儿期的强相关关系在成人阶段消失了(Chinello, Cattani, Bonfiglioli, Dehaene, & Piazza, 2013)。当前研究对于空间能力与数学学习的关系的探索仍然有限,考虑到空间能力本身及其对数学学习影响的复杂性,有必要从发展的角度全面考察儿童空间能力的特点,及其对数学学习的影响。

数困儿童作为数学教育中的特殊群体,空间能力有其独特之处,但相关的实证研究较少,且结论尚不统一。Rourke和Finlayson(1978)发现单纯数困儿童的视空间能力差于混合型数困儿童,Swanson(2012)则发现虽然青少年中的单纯阅读困难者的视空间能力略优于数学与阅读困难混合型,但二者并无显著差异。尽管很多研究已表明单纯型与混合型数困儿童的空间能力均差于正常儿童(Swanson, 2012; Andersson, 2010; Murphy, Mazzocco, Hanich,

& Early, 2007),但单纯数困和混合数困儿童的空间能力特点异同尚不清晰。因此,有必要对不同类型数困儿童的空间能力进行更深入的探讨。

综上,本研究将以数困儿童和数学学习正常儿童为研究对象,从空间视觉化能力和空间定向能力两个维度综合比较3-6年级数困儿童和正常儿童空间能力的差异及发展特点;并结合语文成绩,进一步将数困儿童划分为单纯数困和混合数困类型,比较二者空间能力的特点;最后考察在发展过程中,空间能力对数学成绩的作用量。

2 方法

2.1 被试

从河北省某普通小学3-6年级随机选取学生共1147人,从各年级分别筛选出数困儿童。数困组被试的选取方式及标准为:(1)以张厚粲等人修订的《瑞文标准推理测验》对被试的智力进行筛查,排除测验等级分数小于或等于5%的学生;(2)获得最近大型数学考试成绩的平均分数,根据已有研究的标准(Geary, Hamson, & Hoard, 2000; Fuchs & Fuchs, 2004),选取数学成就处于后20%-25%的学生;(3)为了进一步区分出数困的亚类型,参考以往研究标准,结合了最近的大型语文考试成绩,将数学、语文成绩均处于年级后20%-25%的学生作为混合型数困组;将仅数学成绩落后而语文成绩正常的被试作为单纯型数困组。

然后,采用excel软件中的随机函数,在各年级余下的儿童中随机选取与该年级数困组数量、性别相同的数学学习正常组学生。被试分布如表1所示。

表1 被试分布情况

		3 年级	4 年级	5 年级	6 年级	合计
数困组	混合数困组	26	29	30	22	107
	单纯数困组	28	28	31	35	122
小计		54	57	61	57	229
正常组		54	57	61	57	229
合计		108	114	122	114	458

2.2 工具

参照认知分化成套测验(CLB)(Gordon, 1986; 游旭群, 季浏, 翟群等, 1996)及折纸测验、表面发展测验和展开测验(徐凡, 施建农, 1992)等空间表征测验,结合数学新课标对儿童数学能力的要求,编制了测查空间能力的测验(题例见附录)。整套

题的内部一致性信度较高 ($\alpha = 0.79$), 空间视觉化与空间定向两个维度的相关为 0.47, 保证了两类题的相对独立性; 空间能力题总分与瑞文智力测验分数、数学成绩的相关系数分别为 0.57 和 0.36, 相关均显著。其中, 空间能力测验与数学成绩相关较低, 而与智力测验相关较高, 进一步表明了本测验重在考察数学学习背后的空间认知能力而非一般性数学成就。同时, 我们请四名一线小学数学教师对题目提出了修改意见, 并反复修改, 以加强题意表达的准确度。其中, 空间视觉化维度由图形辨别、图形旋转、折叠展开三类题构成。图形辨别题的题干是一幅组合图形, 要求被试从四个选项选出题干中未出现过的图形; 图形旋转题要求被试从题支所提供的四幅图形中选出经过旋转之后与题干相同的那幅图形; 折叠展开题则要求被试选出针对题干图形的正确展开图。三种题型均包括两道例题和 5 个题目, 共 15 道题。空间定向能力题则利用模拟日常生活中的不同物体方位图, 让被试以某一物体为中心来辨别其它物体的方位。它由 3 道大题组成, 共 12 道小题。每题均有很好的区分度 ($ps < 0.001$), 平均

难度为 0.54。所有题均采用 0、1 记分, 答对记 1 分, 答错记 0 分。

2.3 程序

采用纸笔测验, 以班级为单位进行集体施测, 任务完成后答题纸当场收回。有效问卷采用 SPSS 18.0 统计软件包进行统计处理。

数据分析的步骤为: 首先对空间能力各成分得分及数学成绩进行了正态分布检验, 发现各分数均与 P-P 图的理论直线拟合良好, 表明数据均服从正态分布。然后, 采用多元方差分析比较了数困组与正常组被试的空间能力差异及发展趋势; 并将数困组细化为混合数困组和单纯数困组, 比较了两种数困亚类型的空间能力差异及发展趋势。最后, 为了探明空间能力在儿童发展过程中对数学成绩的作用量, 进行了分层回归分析。

3 结果

3.1 数困组与正常组空间能力的差异与发展趋势

所有被试空间能力题得分的基本情况如表 2、表 3 所示。

表 2 3-6 年级数困组和正常组空间视觉化能力的均值及标准差 $M(SD)$

年级	图形辨别		图形旋转		折叠展开		空间视觉化总分	
	数困组 ($n=54$)	正常组 ($n=54$)	数困组 ($n=57$)	正常组 ($n=57$)	数困组 ($n=61$)	正常组 ($n=61$)	数困组 ($n=57$)	正常组 ($n=57$)
3	2.13 (1.49)	2.65 (1.65)	2.02 (1.38)	2.60 (1.46)	2.39 (1.45)	2.87 (1.22)	6.54 (3.10)	8.13 (3.22)
4	2.02 (1.63)	3.32 (1.55)	1.95 (1.52)	3.35 (1.43)	2.67 (1.30)	3.21 (1.16)	6.63 (3.46)	9.88 (2.90)
5	2.84 (1.55)	3.43 (1.66)	2.82 (1.64)	3.62 (1.38)	2.90 (1.17)	3.23 (1.23)	8.56 (3.48)	10.28 (3.52)
6	3.09 (1.57)	4.11 (1.08)	2.95 (1.38)	3.96 (1.54)	3.60 (1.07)	4.44 (1.22)	9.63 (1.38)	12.18 (2.90)
合计	2.53 (1.62)	3.38 (1.58)	2.45 (1.55)	3.40 (1.53)	2.90 (1.32)	3.36 (1.22)	7.87 (3.49)	10.13 (3.38)

表 3 3-6 年级数困组和正常组空间定向能力的均值及标准差 $M(SD)$

	3 年级	4 年级	5 年级	6 年级
数困组 ($n=229$)	6.06 (3.23)	5.86 (3.31)	6.36 (2.82)	8.28 (2.37)
正常组 ($n=229$)	8.02 (2.72)	8.32 (2.68)	8.67 (3.20)	10.42 (1.86)
合计 ($n=458$)	7.05 (3.13)	7.09 (3.24)	7.52 (3.22)	10.42 (1.86)

由于空间视觉化能力和空间定向能力相关显著, 故以二者为因变量进行多元方差分析 (MANOVA), 结果表明年级和组别对空间视觉化及空间定向的主效应均显著, 其中年级: $F(3, 451) = 26.51$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.15$, $F(3, 451) = 13.42$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.08$; 组别: $F(1, 451) = 71.22$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.14$; $F(1, 451) = 58.89$, $p < 0.001$, $\eta_p^2 = 0.12$ 。交互作用均不显著 ($p = 0.17$, $p = 0.92$)。事后检验表明, 在空间视觉化能力上, 3 年级显著低于 4 年级

($p < 0.05$), 5 年级和 6 年级 ($ps < 0.001$); 4 年级显著低于 5 年级 ($p < 0.01$) 和 6 年级 ($p < 0.001$); 5 年级显著低于 6 年级 ($p < 0.001$); 在空间定向能力上, 3、4 年级和 4、5 年级两两差异不显著 ($p = 0.91$; $p = 0.24$), 6 年级显著高于其他年级 ($ps < 0.001$)。

从图 1 可知, 两组被试的空间视觉化和空间定向能力都随年级增长而提高。对于空间视觉化能力, 数困组从 4 年级才开始出现较大提高, 而正常组儿童从 3 年级开始, 空间视觉化能力就已开始迅速

发展;对于空间定向能力,数困组与正常组均到5年 级才开始大幅提高。

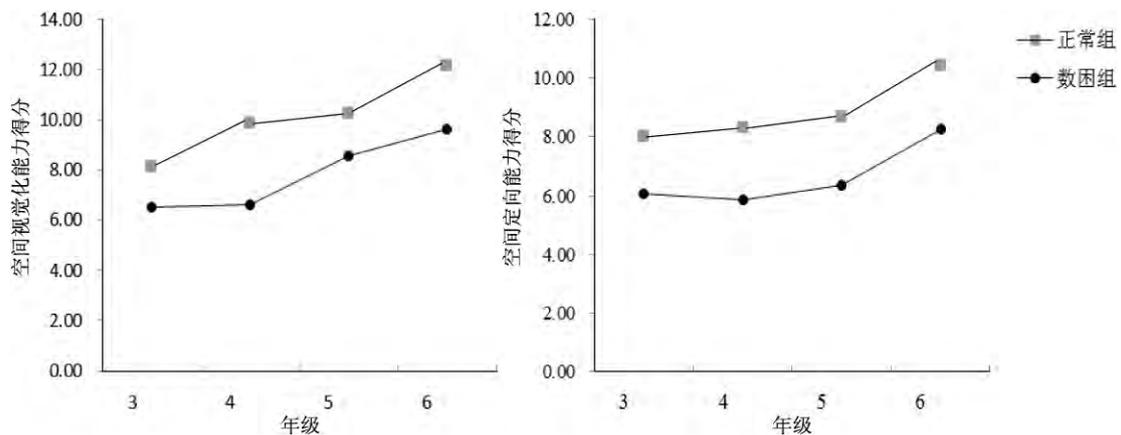


图1 3-6 年级数困组和正常组空间能力的发展趋势

为了深入分析空间视觉化能力的发展趋势及组别差异,以图形辨别,图形旋转,折叠展开三个子成分的题目得分为因变量,进行了4(年级)×2(组别)的多元方差分析,发现三种子成分的年级和组别的主效应均显著,其中图形识别: $F(3, 451) = 13.42, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.08$; $F(1, 451) = 35.82, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.07$;图形旋转: $F(3, 451) = 14.33, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.09$; $F(1, 451) = 48.02, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.10$;折叠展开: $F(3, 451) = 21.32, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.13$; $F(1, 451) = 17.47, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.04$ 。年级和组别的交互作用均不显著($ps > 0.05$)。数困组的得分均显著低于正常组,两组儿童的空间视觉化能力均随年级增长而提高;图形识别能力仅3-4 年级无差异($p = 0.19$),其他年级两两差异显著,且随年级增长而提高($ps < 0.001$);图形旋转能力3-4 年级($p = 0.09$)、5-6 年级差异均

不显著($p = 0.22$),但3 年级显著低于5 年级,4 年级显著低于6 年级($ps < 0.001$);而折叠展开能力在3-4 年级($p = 0.06$)和4-5 年级($p = 0.41$)之间差异均不显著,其他年级间均显著($ps < 0.001$)。三种子成分的发展趋势见图2。

3.2 单纯数困和混合数困被试空间能力的差异与发展趋势

为了弄清数困亚类型被试的空间能力特点,进一步区分出了混合数困与单纯数困组(表4),进行了4(年级)×2(数困类型)的多元方差分析。

多元方差分析发现,年级和数困类型的主效应显著,其中空间视觉化: $F(3, 221) = 12.48, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.15$; $F(1, 221) = 19.62, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.08$;空间定向: $F(3, 221) = 7.37, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.09$; $F(1, 221) = 5.90, p < 0.05, \eta_p^2 = 0.05$ 。

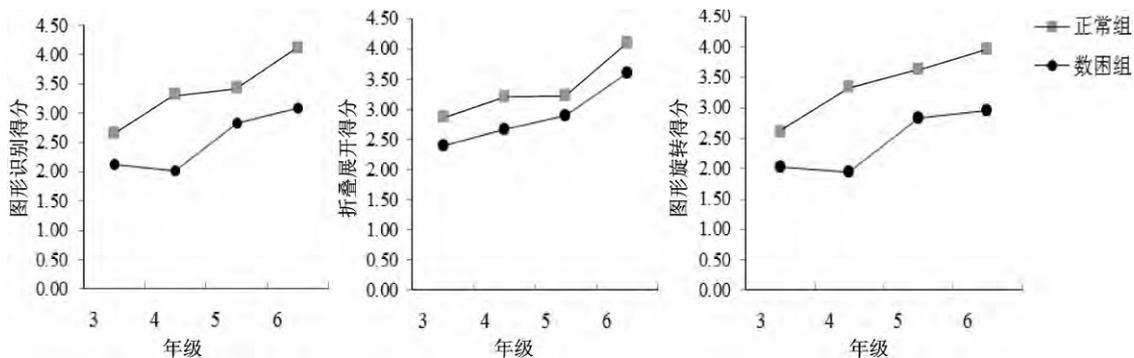


图2 3-6 年级数困组和正常组空间视觉化子能力的发展趋势

二者交互作用均不显著($p = 0.40; p = 0.68$)。其中,混合数困组得分显著低于单纯数困组;两组成绩

都随年级增长而提高,但两种子能力的发展趋势不同:空间视觉化能力在3-4 年级和5-6 年

异不显著 ($p = 0.87; p = 0.06$) ,其他年级两两差异显著 ($ps < 0.001$) ;空间定向能力表现为6年级显著高于其他各年级 ,其他年级两两之间无显著差异 (ps

> 0.05) 。两类数困儿童都在4年级以后空间视觉化能力开始迅速发展 ,且二者差距逐渐缩小(图3) 。空间视觉化能力三种子成分的4(年级) \times 2(数

表4 混合数困组与单纯数困组空间能力的均值及标准差 $M(SD)$

		3 年级	4 年级	5 年级	6 年级
空间视觉化	混合数困 ($n = 107$)	5.35 (2.56)	5.38 (2.58)	7.60 (3.35)	9.23 (2.76)
	单纯数困 ($n = 122$)	7.64 (3.18)	7.93 (3.81)	9.48 (3.40)	9.89 (3.10)
	合计 ($n = 229$)	6.54 (3.09)	6.63 (3.46)	8.56 (3.48)	9.63 (2.94)
空间定向	混合数困 ($n = 107$)	5.58 (3.55)	5.66 (2.88)	5.50 (2.93)	7.82 (2.52)
	单纯数困 ($n = 122$)	6.50 (2.90)	6.07 (3.75)	7.19 (2.47)	8.57 (2.25)
	合计 ($n = 229$)	6.06 (3.23)	5.86 (3.31)	6.36 (2.82)	8.28 (2.37)

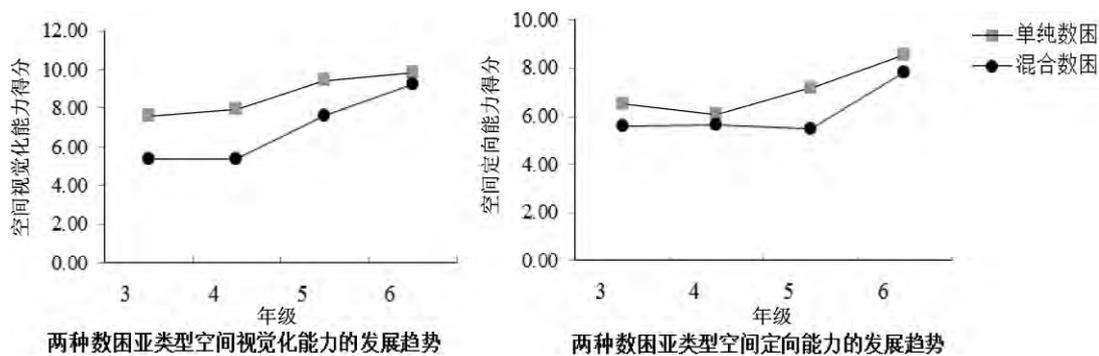


图3 单纯数困组与混合数困组空间能力的发展趋势

困类型)多元方差分析表明,子成分表现出和总能力相同的变化趋势,均存在年级和数困类型的显著主效应,其中图形识别: $F(3, 221) = 6.23, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.08$; $F(1, 221) = 7.93, p < 0.005, \eta_p^2 = 0.05$; 图形旋转: $F(3, 221) = 6.96, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.09$; $F(1, 221) = 12.11, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.05$; 折叠展开: $F(3, 221) = 9.61, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.12$; $F(1, 221) = 13.38, p < 0.001, \eta_p^2 = 0.06$ 。年级和数困类型的交互作用均不显著 ($p > 0.05$)。事后检验发现,3-4 年级的三种子成分均无差异 ($p = 0.70; p = 0.80; p = 0.23$) ,图形识别和图形旋转得分在5-6 年级均无差异 ($p = 0.38; p = 0.63$) ,而折叠展开得分则表现出在4-5 年级间没有差异 ($p = 0.30$) ,这说明三种子成分均在4 年级时开始提高,但折叠展开成分提高更慢,在5 年级时才开始发展。

3.3 空间能力与数学成绩的关系

为了探明空间能力对发展过程中正常学生和数困学生数学成绩的影响,我们采用分层回归分析,考察了在不控制变量和有控制变量(空间能力)条件下,年龄对结果变量(数学成绩)的解释量。为了使回归方程更准确,先将预测变量及结果变量均转换

为标准分数,然后分别对两组学生的数学成绩(结果变量)进行了二层次多元回归。预测变量分别为(1)年龄;(2)空间视觉化能力、空间定向能力、年龄,得到各预测变量对结果变量的解释量(即测定系数 R^2) (表5)。表5 中第二列表示各预测变量依次进入回归方程后的测定系数 R^2 : (1) 年龄单独进入回归方程后的测定系数 R^2 ; (2) 空间视觉化能力和空间定向能力进入回归方程后的测定系数 R^2 及随后年龄再进入回归方程后的总测定系数 R^2 。后者减去前者的差值为表5 中第三列的 ΔR^2 , 它表示结果变量中空间能力所不能解释的变异。这样当得到无控制变量时年龄对数学成绩的解释量 R^2 , 以及控制空间能力变量后年龄对数学成绩的解释量(即 ΔR^2)后,可按下列关系式计算出控制变量对数学成绩在发展过程中的作用量:

$$\text{控制变量对数学成绩在发展过程中的作用量} = (\text{年龄 } R^2 - \text{控制某变量后年龄 } R^2) / \text{年龄 } R^2 \times 100\%$$

按公式计算,得出空间能力对正常儿童在发展过程中对数学成绩的作用量为 $(0.214 - 0.158) / 0.214 \times 100\% = 26.17\%$,对数困儿童的作用量

为 28.43%。

表5 空间能力对儿童数学成绩在发展过程中作用量的分析

结果变量/预测变量	R^2	ΔR^2	F
正常儿童的数学成绩			
年龄	0.214		59.85***
空间能力	0.078	0.158	22.43***
总	0.236		
数困儿童的数学成绩			
年龄	0.197		50.61***
空间能力	0.063	0.141	30.21***
总	0.204		

注:各回归多元测定系数均显著,*** $p < 0.001$.

4 讨论

4.1 数困儿童与正常儿童空间能力的差异与发展趋势

本研究发现了3-6 年级正常儿童的空间能力优于数困儿童,二者空间视觉化能力均优于空间定向能力。两类儿童的空间能力均随年龄增长而提高;但正常儿童的图形识别和图形旋转能力在3 年级开始迅速发展,而数困儿童从4 年级开始才出现较大提高;两组儿童折叠展开能力及空间定向能力在发展起点上并无明显差异,均从5 年级开始大幅提高。

可见,两类儿童的空间能力首先都是在发展过程中逐步形成的。这与俞国良等(2003)发现的数困儿童与一般儿童的空间视觉化能力都随年级的升高而提高的结果一致。其次,本研究发现了空间能力的各子成分发展不同步:图形识别、旋转能力相对于折叠展开和空间定向能力发展更早。从认知发展的角度分析,这首先是由于图形识别体现了最基本的空间能力因素(许燕,张厚粲,2000),其在人类甚至猕猴的婴儿阶段就已经初步具备(Heuer & Bachevalier, 2011; Zeamer, Heuer, & Bachevalier, 2010);并主要通过通过对图形的整体和局部知觉相互转换完成。其次,本研究的图形旋转只涉及二维图形的旋转,对心理操作能力的要求并不高。根据皮亚杰的发生认识论,3-6 年级的儿童处在具体运算阶段后期、形式运算阶段前期,即正处在从初步的逻辑思维向抽象逻辑思维的过渡阶段。儿童从3-4 年级开始已积累了一定的空间与图形方面的知识经验,具备了基本的心理操作能力;他们可以用这种心理操作能力认识、表征和转化物体的空间排列方式。因此,其图形识别和旋转能力会发展的更快。而折

叠展开则以心理旋转为基础(周珍,连四清,周春荔,2001; Milivojevic, Johnson, Hamm, & Corballis, 2003),要求儿童不断地在二维和三维空间之间进行系列心理转换(Harris, Hirsh-Pasek, & Newcombe, 2013),这是一个包括观察、想象、比较、综合、抽象分析的复杂认知过程,要求主体深入理解和把握空间和平面相互关系。近期有研究发现了被试完成心理旋转时右侧顶叶被激活,心理折叠任务则激活了双侧顶叶区域(Milivojevic, Johnson, Hamm, & Corballis, 2003);这进一步说明了两种空间子能力既有联系又有区别。综上可知,折叠展开任务对心理操作能力的较高要求,也是使得相应能力在小学阶段发展相对缓慢,似乎进入了一个高原期的重要原因之一。除了认知能力的作用外,国内小学阶段的课程设置也对儿童空间能力子成分发展的不同步产生了重要影响。在3 年级以前,数学教学的主要目标是让学生建立初步的空间观念。这一目标更多强调的是一种空间感知,与此匹配的课程内容则主要是认知平面图形与简单几何体以及感受一些空间运动的现象,这个课程内容促进了儿童的图形识别和图形旋转能力的发展;而4-6 年级,教学目标则强调儿童对空间与图形的基本特征、图形变换等内容进行更为深入的学习,要求儿童“认识长方体、正方体和圆柱的展开图”,这是五年级开始儿童折叠展开能力快速发展的又一个重要原因。可见,空间能力对不同学段的学生在不同类型的数学任务上影响可能有区别,这将是一个值得深入关注的研究课题。这个结果也提示了继续探讨儿童在后续的初中数学学习,尤其是几何学习过程与其折叠展开能力的关系及发展特点的重要性。

其次,造成数困儿童与正常儿童空间能力存在差距的主要原因可能是数困儿童在空间工作记忆上存在问题。有研究发现数困组视空间工作记忆比学优组和普通组差(张明,隋洁,2003; Wilson & Swanson, 2001; Geary, Hoard, & Byrd-Craven, 2007);也有研究者从较新的工作记忆同中心模型出发,采用几何图形呈现的注意焦点转换任务,发现了数困儿童在工作记忆的即时存储区进行不同信息的加工转换的质量较差(陈蒲晶,张静,陈英和,2011)。而张明等人(2003)则通过控制干扰刺激量,进一步证明了造成数困儿童视空间工作记忆缺陷的主要原因之一是学困生不能有效抑制外界干扰。因此,数困儿童有限的工作记忆可能无法支持其完成视空间任务。同时,空间能力的发展迟滞可

能还与数困儿童的其他认知缺陷有关,如元认知 (Rosenzweig, Krawec, & Montague, 2011)、表征能力等,这有待于进一步研究证明。

4.2 单纯数困儿童与混合数困儿童空间能力的差异与发展趋势

本研究发现单纯数困儿童的空间能力显著优于混合数困儿童,这一结果与 Rourke 等人 (1978) 所持的混合数困儿童比单纯数困儿童的空间能力更好的观点不同。这首先是由于 Rourke 等对儿童分组的内部标准不一致。他们采用一系列神经心理测验和韦氏儿童智力量表控制被试的情绪、智力等额外变量后,用大范围成就测验 (Wide Range Achievement Test, WRAT) 筛选出了 45 名学习困难儿童,并将其分为三组:第一组为 15 名阅读与拼写、数学分测验得分均少于 18 分者;第二组为 15 名阅读与拼写均低于 14 分但数学正常者;第三组为 15 名数学低于 14 分但阅读与拼写正常者。可见其混合数困组是第一组,单纯数困组为第三组,但二者在数学临界线上的界定并不一致。其次,该研究采用韦氏儿童智力测验的操作分量表测查空间能力,并得出了第一组的空间能力要强于第三组;他们认为算术表现与空间能力的联系比其与阅读能力的联系更紧密,大脑右半球是空间表征的优势半球,也是算术表现的重要限制因素,算术技能的缺陷可能归咎于视空间组织和整合的困难。然而这种使用韦氏操作分量表考察得到的空间能力并不全面,将能力和行为表现严格与大脑分区对应的观点也过于绝对。

此外,本研究的结果还说明了言语能力与空间能力并非截然分开的,阅读能力的相对滞后也会影响被试在空间任务上的表现。单纯数困儿童言语能力上的优势对他们完成空间任务有很大帮助,近期研究甚至发现了单纯数困儿童完成某些空间任务的成绩虽差于正常儿童,但其在视空间工作记忆任务上的表现与正常儿童没有显著差异 (Mammarella, Lucangeli, & Cornoldi, 2010)。单纯数困儿童在言语能力上的优势早在 Barnfield 等人 (1999) 和 Geary (1993) 的研究结果中被发现。Geary (1993) 认为混合数困儿童使用空间能力表征和解释数量信息有困难,这与其右脑 (尤其是右脑后部区域) 的功能失调有关,这种失调同时会对其语言能力产生负面影响。且近期有研究者采用与上述 Rourke 类似的研究方法发现了,单纯数困儿童的言语短时记忆优于混合数困儿童,二者视觉短时记忆则没有差异 (Silver, Ring, Pennett, & Black, 2007)。这个结

果进一步说明了,单纯数困儿童在完成空间任务时的相对优势可能与其言语能力的相对优势有关。其次,我们发现了阅读能力可能还会影响不同空间子能力的发展速度。对阅读能力依赖较小的空间视觉化题,两类数困儿童的成绩均从 4 年级开始提高,且二者差距逐渐缩小;而空间定向题则表现为单纯数困儿童快速发展的时间点早于混合数困儿童。这是由于空间定向题要求儿童理解方位词的含义,正确解答需要言语理解和空间方位表征的共同参与,其对言语能力的要求高于图形表征题。限于本研究是横断研究,阅读能力对空间能力发展速度的深入关系还需进行纵向设计来验证。

4.3 空间能力与数学成绩的关系

大量研究已表明空间能力与学生的数学成绩呈正相关 (Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Geary, 2010),对于数困儿童同样如此 (Mazzocco & Myers, 2003);虽然个体发展可能会对空间能力与数学能力的关系产生影响 (Geary, 1993),但目前这方面的研究仍较少。本研究采用分层回归分析发现了随时间推移,空间能力对正常儿童和数困儿童的数学成绩均有较持久的影响力。这一结果提示了空间能力是贯穿小学阶段影响数学成绩的一个重要方面。目前,在教学过程中如何多途径发展学生的空间能力已经成为了一个重要的研究课题,比如,有研究者致力于通过开发电脑或电视游戏、音乐练习等来训练空间表征能力 (Yang & Chen, 2010; Wan & Schlaug, 2010),同时降低儿童在空间能力上的性别差异 (Feng, Spence, & Pratt, 2007);不断寻找有效的干预手段将有助于全面提高学生的数学能力。

5 结论

本研究得出如下结论:(1)3-6 年级正常儿童的空间能力优于数困儿童,两类儿童的空间视觉化能力均优于空间定向能力;(2)正常儿童与数困儿童的空间能力均随年龄增长而提高,但不同空间子能力迅速发展的时间点不同;(3)单纯数困儿童的空间能力优于混合数困儿童,其中,前者的空间定向能力从 4 年级开始显著提高,后者则从 5 年级开始提高;(4)正常儿童的空间能力在发展过程中对数学成绩的作用量为 26.17%,数困儿童的作用量为 28.43%。

参 考 文 献

陈蒲晶,张静,陈英和. (2011). 解释数学困难儿童工作记忆特点的新

- 视角——从同中心模型角度探析. *中国特殊教育*, (1), 18-24.
- 教育部基础教育司组织编写. (2002). *全日制义务教育数学课程标准解读*. 北京:北京师范大学出版社, 218-222.
- 徐凡, 施建农. (1992). 4-5 年级学生的空间表征与几何能力的相关性研究. *心理学报*, (1), 20-27.
- 许燕, 张厚粲. (2000). 小学生空间能力及其发展倾向的性别差异研究. *心理科学*, 23 (2), 160-164.
- 杨孟萍, 石德澄. (1990). 空间认知能力的测验研究. *心理发展与教育*, 19, 198.
- 游旭群, 季浏, 翟群等. (1996). 中国大学生 CLB 试用结果的因素分析研究. *心理科学*, 19 (6), 370-372.
- 游旭群, 晏碧华. (2004). 视觉空间能力的认知加工特性. *陕西师范大学学报(哲学社会科学版)*, 33 (2), 102-107.
- 俞国良, 曾盼盼. (2003). 数学学习不良儿童视觉-空间表征与数学问题解决. *心理学报*, 35 (5), 643-648.
- 张明, 隋洁. (2003). 分散注意条件下学优生与学困生视空间工作记忆的比较研究. *应用心理学*, 9 (1), 29-34.
- 周珍, 连四清, 周春荔. (2001). 中学生空间图形认知能力的发展研究. *数学教育学报*, 10 (1), 75-78.
- Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 102(1), 115-134.
- Bachot, J., Gevers, W., Fias, W., & Roeyers, H. (2005). Number sense in children with visuospatial disabilities: Orientation of the mental number line. *Psychology Science*, 47(1), 172.
- Barnfield, A. M. (1999). Development of sex differences in spatial memory. *Percept Mot Skills*, 89 (1), 339-350.
- Bueti, D., & Walsh, V. (2009). The parietal cortex and the representation of time, space, number and other magnitudes. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 364 (1525), 1831-1840.
- Cheng, Y., & Mix, K. (2011). Does spatial training improve children's mathematics ability? *Developmental Psychology*, 31, 697-705.
- Chinello, A., Cattani, V., Bonfiglioli, C., Dehaene, S., & Piazza, M. (2013). Objects, numbers, fingers, space: Clustering of ventral and dorsal functions in young children and adults. *Developmental Science*, 16(3), 377-393.
- Colangelo, N., Assouline, S. G., & Gross, M. U. (2004). *A nation deceived: How schools hold back America's brightest students*. The Templeton National Report on Acceleration. Volume 1. Connie Berlin & Jacqueline N. Blank International Center for Gifted Education and Talent Development.
- Feng, J., Spence, I., & Pratt, J. (2007). Playing an action video game reduces gender differences in spatial cognition. *Psychological Science*, 18(10), 850-855.
- Fuchs, L. S., & Fuchs, D. (2004). Prentice K. Responsiveness to mathematical problem-solving instruction: comparing students at risk of mathematics disability with and without risk of reading disability. *Journal of Learning Disabilities*, 37(4), 293-306.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114 (2), 345-362.
- Geary, D. C. (2010). Mathematical disabilities: Reflections on cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Learning and individual differences*, 20(2), 130-133.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (1999). Numerical and arithmetical cognition: patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 213-239.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: a longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 236-263.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development*, 78 (4), 1343-1359.
- Gordon, H. W. (1986). The cognitive laterality battery: Tests of specialized cognitive function. *International Journal of Neuroscience*, 29 (3/4), 223-244.
- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Beilock, S. L., & Levine, S. C. (2012). The relation between spatial skill and early number knowledge: The role of the linear number line. *Developmental psychology*, 48(5), 1229
- Harris, J., Hirsh-Pasek, K., & Newcombe, N. S. (2013). Understanding spatial transformations: similarities and differences between mental rotation and mental folding. *Cognitive processing, in press*, 1-11.
- Healy, L., & Hoyle, C. (2001). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 235-256.
- Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of Visual-Spatial Representations and Mathematical Problem Solving. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 684-689.
- Heuer, E., & Bachevalier, J. (2011). Effects of selective neonatal hippocampal lesions on tests of object and spatial recognition memory in monkeys. *Behavioral neuroscience*, 125(2), 137-149.
- Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, 6(6), 435-448
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lehto, J. E., Van Luit, J., & Hautamäki, J. (2003). Visuospatial working memory and early numeracy. *Educational and Child Psychology*
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of gender differences in spatial abilities: a meta-analysis. *Child Development*, 56(6), 1479-1498.
- Lohman, D. F. (1996). Spatial ability and G. In I. Dennis & P. Tapsfield (Eds.), *Human abilities: Their nature and assessment* (pp. 97-116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Mammarella, I. C., Lucangeli, D., & Cornoldi, C. (2010). Spatial working memory and arithmetic deficits in children with nonverbal learning difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 43 (5), 455-468.

- Mazzocco, M. M. M., & Myers, G. F. (2003). Complexities in identifying and defining mathematics learning disability in the primary school-age years. *Annals of Dyslexia*, 53(1), 218–253.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889–918.
- Meyer, M. L., Salimpoor, V. N., Wu, S. S., Geary, D. C., & Menon, V. (2010). Differential contribution of specific working memory components to mathematics achievement in 2nd and 3rd graders. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 101–109.
- Milivojevic, B., Johnson, B. W., Hamm, J. P., & Corballis, M. C. (2003). Non-identical neural mechanisms for two types of mental transformation: event-related potentials during mental rotation and mental paper folding. *Neuropsychologia*, 41(10), 1345–1356.
- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M. M., Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cutoff criterion used to define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, 40(5), 458–478.
- Newcombe, N. S. (2013). Seeing relationships: using spatial thinking to teach science, Mathematics, and social studies. *American Educator*, 37(1), 26–31.
- Rosenzweig, C., Krawec, J., & Montague, M. (2011). Metacognitive Strategy Use of Eighth-Grade Students With and Without Learning Disabilities During Mathematical Problem Solving A Think-Aloud Analysis. *Journal of learning disabilities*, 44(6), 508–520.
- Rourke, B. P., & Finlayson, M. A. (1978). Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance: verbal and spatial abilities. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 6, 121–133.
- Sheynikhovich, D., Chavarriga, R., Strösslin, T., Arleo, A., & Gerstner, W. (2009). Is there a geometric module for spatial orientation? Insights from a rodent navigation model. *Psychol Rev*, 116(3), 540–566.
- Silver, C. H., Ring, J., Pennett, H. D., & Black, J. L. (2007). Verbal and visual short-term memory in children with arithmetic disabilities. *Developmental neuropsychology*, 32(3), 847–860.
- Swanson, H. L. (2012). Cognitive profile of adolescents with math disabilities: are the profiles different from those with reading disabilities. *Child Neuropsychology*, 18(2), 125–143.
- van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 39(6), 496–506.
- Wan, C. Y., & Schlaug, G. (2010). Music making as a tool for promoting brain plasticity across the life span. *The Neuroscientist*, 16(5), 566–577.
- Wilson, K. M., & Swanson, H. L. (2001). Are mathematics disabilities due to a domain-general or a domain-specific working memory deficit? *Journal of Learning Disabilities*, 34, 237–248.
- Yang, J. C., & Chen, S. Y. (2010). Effects of gender differences and spatial abilities within a digital pentominoes game. *Computers & Education*, 55(3), 1220–1233.
- Zeamer, A., Heuer, E., & Bachevalier, J. (2010). Developmental trajectory of object recognition memory in infant rhesus macaques with and without neonatal hippocampal lesions. *The Journal of Neuroscience*, 30(27), 9157–9165.

A Comparison between Children with Mathematics Learning Difficulties and Children with Normal Mathematics Learning Abilities in Spatial Abilities in 3th to 6th Grades

Lai Yinghui¹, Zhu Xiaoshuang¹, Huang Daqing², Chen Yinghe¹

(1 Institute of Developmental Psychology, Beijing Normal University, Beijing 100875;

2 Center of psychological quality education, Beijing Union University, Beijing 100101)

Abstract

A total of 458 primary school children (from Grade 3 to Grade 6) both with mathematics learning difficulties and with normal mathematics learning abilities have been selected in this research. The research used spatial abilities items to probe into the development of the visual-spatial ability of the two kinds of children. The results show the following: 1) The normal children from Grade 3 to Grade 6 showed higher spatial abilities than the MD children, and both them performed higher on visualization than orientation ability. 2) The spatial abilities developed with the increase of age, but the critical developing times on spatial abilities of the two kinds of children were different. (3) The spatial abilities of pure MD children were superior to the mixed MD children whose spatial orientation developed slower. 4) The contribution of spatial abilities to math scores in development of normal children and MD children were respectively 26.17% and 28.43%.

Key words children, mathematical learning difficulties, spatial abilities.