·发展与教育·

数字线和离散物体任务训练对儿童整数偏向的影响*

辛自强**[1] 刘春晖[2]

([1]中央财经大学社会发展学院心理学系,北京,100081)([2]北京师范大学发展心理研究所,北京,100875)

摘 要 通过数字线任务和离散物体任务对81名拥有错误整数偏向的儿童进行干预,再施测分数比较任务,以考查不同干预对错误整数偏向的影响以及分数在心理数字线上的表征方式。结果表明:(1)离散物体组儿童在干预任务中表现较好,在分数比较任务中得分也显著高于数字线组儿童,但反应时要慢于数字线组儿童。(2)正确比较分数时,两组均出现正确整数偏向,但错误的整数偏向依然存在,二者在整数系统扩展到有理数系统这个过渡期同时存在。

关键词 整数偏向 分数表征 心理数字线

1 引言

分数表示两个整数的比值。理解分数的意义和性质对儿童更好地理解数的连续性与可分割性起着非常重要的作用。但分数知识是小学阶段最难的学习任务之一,甚至到了成人阶段也不能很好地理解分数。在分数学习过程中,一种较为普遍的现象引起了教师及学者的关注,那就是整数偏向(刘春晖,辛自强,2010a)。

整数偏向(whole number bias)是人们在表征分数时经常出现的一种现象,研究者(Ni & Zhou, 2005)将其定义为,儿童在处理分数问题时,使用先前形成的有关整数的独立单元计数图式来解释分数的倾向。例如,在分数比较任务中儿童常常错误地认为分母大的分数比较大,就是整数偏向的一个重要表现。这一现象还被一些学者称之为整数思考策略(whole number thinking strategy),即在表征分数和进行分数比较、运算时采用整数系统的策略(Pearn & Stephens, 2004)。Smith, Solomon 和 Carey(2005)考查了四至六年级儿童在比较1/75与1/56任务上的表现,发现有46%的儿童认为1/75大,这说明他们在表征分数时运用整数规则进行判断。刘春晖和辛自强(2010b)的研究也发现了类似的结果,在进行分数比较和排序任务中,一些学生单纯关注分数的分子或分母的大小,而忽略了分子与分母共同影响分数值大小这一原则。Ni 和 Zhou(2005)认为这种整数偏向对分数概念的形成、程序性规则的应用会产生不利影响,阻碍儿童形成正确的分数概念。因此,这种机械地将整数系统的规则应用于分数系统的倾向,即是“错误的”整数偏向,可能是由于儿童先前学习的整数系统知识与分数系统知识的不同和冲突导致(Greeno, 1991; Posner, Strike, Hewson, & Gertzog, 1982; Stafylidou & Vosniadou, 2004)。这种不同使独立单元计数为基础的整数系统规则并不能“照搬”于分数系统中,如“随着分母的减小,简单分数的值增加”这一分数规则与整数系统规则冲突。因此,整数与分数特点的差别是导致学习分数困难、产生错误整数偏向的一个重要原因(Stafylidou & Vosniadou, 2004)。

如何克服错误整数偏向的影响?研究者认为,当儿童能够正确地理解分数概念后,则可避免或削弱错误整数偏向的影响(Stafylidou & Vosniadou, 2004)。分数是一个多重内涵的概念,包含着五种具有内在关联的意义:“部分—整体”关系、比、运算、商、测量(Kieren, 1976)。本研究主要关注“部分—整体”意义和测量意义。当分数 a/b 表示把一个整体量分成 b 份,选出其中的 a 份时,即为“部分—整体”意义;而当 a/b 表示某个量以 1/b 为单位,一共包含了 a 个这样的单位时,即为测量意义。测量意义在整个分数概念中极其重要,有助于学生在整体上理解分数概念(Hannula, 2003),且能够促进学生对分数其他意义的理解(Lamon, 2007)。而在实际教学中,教师教授分数概念时通常从“部分—整体”意义引入,使用的表征方式多为区域模型和离散物体模型(Kurt & Cakiroglu, 2009)。例如,将1个矩形平均分为4份,其中一份为1/4,这种表征方式即为区域模型;将5个相等大小的空心圆中1个涂黑,代表1/5,这种表征方式即为离散物体模型。这两

* 本研究得到国家自然科学基金项目(30970909)资助。

** 通讯作者:辛自强。E-mail: xinziqiang@sohu.com

种做法无形中强调了整数概念,儿童通过逐一计数的方式对分子、分母进行理解,导致对分数的测量含义理解不深,从而容易出现错误整数偏向。因此,Charalambos 和 Pitta - Pantazi(2007)提出,数字线模型的缺乏和使用测量工具经验的缺乏可能是分数概念中的测量意义理解困难的原因之一,Moss 和 Case(1999)的研究也表明传统教学中四年级学生仅仅在简单的"部分—整体"任务中了解分数概念,没有更多地比较不同具体分数模型的经验,也没有机会去讨论他们解题的方法。因此,将分数以多种表征模型(如数字线模型、离散物体模型等)呈现给学生有助于他们形成最初的分数概念(Kurt & Cakiroglu, 2009)。所以,本研究选取数字线任务和离散物体任务这两种代表性的任务对儿童进行干预,以考察不同干预任务对错误整数偏向的作用。数字线任务强调了分数的测量意义,儿童在数字线上标定分数的能力越高,越能了解分数的测量概念(Hannula, 2003);离散物体任务强调了分数的"部分—整体"意义,与整数概念密切相关。我们预期,通过两种任务的干预,儿童的错误整数偏向均会削弱,而且接受数字线任务干预的儿童可能成绩会更好。

事实上,还存在一类有利于分数问题解决的整数偏向,如比较简单分数时,采用"同分子的分数比较分母,分母大的分数反而小"的原则比用分数真值更加简便,研究表明人们会采取此种方法解决问题(Bonato, Fabbri, Umiltà, & Zorzi, 2007; Meert, Grgéoire, & Noël, 2009)。此时,人们已熟练掌握了分数概念。这种为了快捷、简便地解题,仍旧选择整数系统规则灵活而正确解决分数问题的现象,即为"正确的"整数偏向。从某种程度上说,正确的整数偏向是一种解决分数问题的快捷策略。因此,我们在关注错误整数偏向的同时也关注正确整数偏向。虽然它们都是采用整数系统的策略解决分数问题,但有本质区别。错误的整数偏向代表着对分数概念的不理解,仅仅是将分数系统同化到整数系统中;而正确的整数偏向却表明其能够正确地理解分数概念。因此,从错误的整数偏向转换为正确的整数偏向,包含着一个概念转换的过程,也体现了从整数系统扩展到有理数系统的过程。当采用干预任务削弱了儿童的错误整数偏向,使儿童分数比较任务的正确率提高后,是否会出现正确的整数偏向? 儿童在正确比较分数时采用何种表征方式:成分表征还是整体表征? 前者表明儿童在比较简单分数任务时采取了正确的整数偏向(仅关注分母),后者则表明儿童通过分数真值进行比较。这一问题可结合心理数字线假设的相关效应进行考察。

心理数字线假设认为,对某一数字数量的空间表征是通过对该数字按其数量大小相应地投射到一条空间直线的不同位置上实现的,在这条心理中存在的数字线上,较小的数字投射在左边,较大的数字投射在右边(Restle, 1970)。一些研究者(Bonato et al., 2007; Meert, Grgéoire, & Noël, 2009, 2010a, 2010b; Zhang et al., 2012)通过电脑施测,考察了儿童在心理数字线上表征分数的方式。心理数字线假设的主要证据包括三种数字加工效应,分别是反应编码中的"空间—数字关联"效应(Spatial - Numerical Association of Response Codes Effect, 简称SNARC 效应)、数字距离效应和数值大小效应,其中SNARC 效应和数字距离效应常用于考察分数在心理数字线上的表征方式。SNARC 效应是指在数字比较任务中,左手对较小的数字反应比右手快,右手对较大的数字反应比左手快(Dehaene, Dupoux, & Melher, 1990)。数字距离效应则指随着两个数字之间的距离减小,判断难度增加,反应时和错误率均上升的现象(Moyer & Landauer, 1967)。通过对这两种效应的考察,能够确定被试在心理数字线上如何表征分数,是以离散量的"成分"来表征还是以连续量的整体来表征。参考 Bonato 等人(2007)的研究范式,本研究通过 SNARC 效应和数字距离效应考察儿童在心理数字线上表征分数的方式。

综上,本研究目的有二:一是试图通过数字线任务和离散物体任务削弱儿童的错误整数偏向;二是探讨儿童正确解决分数比较任务时如何表征分数,是否存在正确整数偏向。

2 研究方法

2.1 被试

选取 81 名拥有错误整数偏向的四年级儿童,其中男生 40 人,平均年龄为 9.67 岁,女生 41 名,平均年龄为 9.58 岁,总体平均年龄为 9.62 岁。

将被试随机分成数字线组和离散物体组,数字线组为 41 名儿童,离散物体组 40 名儿童。独立样本 t 检验结果表明,两组被试的分数比较任务总分及各类型得分均无显著差异($ps > .05$),两组基础水平是对等的。

2.2 研究设计

本研究共有纸笔干预任务和电脑施测的分数比较任务两类,采用干预后后测的设计。纸笔干预任

务根据干预材料不同分为数字线任务干预与离散物体任务干预,被试也相应分为数字线组与离散物体组;两组进行不同的任务处理后,即进行电脑施测的分数比较任务。

电脑施测的分数比较任务采用2(组别:数字线组、离散物体组)×2(分数大小:靶分数比参照分数值大、靶分数比参照分数值小)×2(反应手:左手、右手)三因素混合设计。其中组别属于被试间变量,分数大小和反应手属于被试内变量。因变量为被试的平均反应时和正确率。

2.3 研究材料及计分方式

2.3.1 被试筛选材料

由于本研究需要拥有错误整数偏向的儿童,因此通过自编分数比较任务进行筛选。该任务共有20道分数比较题,其中12道是同分子异分母分数比较(如比较1/6和1/9的大小),8道是异分子同分母分数比较(如比较1/8和3/8的大小),由于四年级儿童未学异分子异分母分数比较,故不涉及此类问题。

2.3.2 纸笔干预任务的材料

纸笔干预任务的材料根据其所代表的分数概念分为数字线任务与离散物体任务。每类任务均包括两类分任务:数字线组为画数字线比较分数大小与在数字线上标定分数并比较大小;离散物体组为画离散物体比较分数大小与对给定离散物体标明分数并比较大小。每个分任务包括10道分数比较题,其中5道为同分子异分母分数比较,5道为异分子同分母分数比较;而且数字线任务与离散物体任务所使用的数学题相同,区别仅在于要求儿童利用不同的表征方式比较分数。

2.3.3 电脑施测的分数比较任务材料

电脑施测的分数比较任务的材料分为靶分数和参照分数。参照分数为1/5,靶分数为分子为1,分母是从1到9的分数,除去1/5,共8个分数。实验材料采用E-prime进行编程,8个分数各出现6次,随机排列靶分数顺序,共48次刺激,具体呈现方式见实验程序。

2.3.4 各材料计分方式

在筛选任务中,只要满足以下某一个条件即可作为本研究被试:①在同分子异分母分数比较的12道题中错误超过8道题;②或者在异分子同分母分数比较的8道题中错误超过5道题。因为这两类错误的原因均是仅考虑分数的成分(分子或分母)进行比较。筛选条件根据二项分布的概率计算得出。

纸笔干预任务的计分原则为,正确答题计1分,画错图或比较错误均计0分,总分共计20分。

电脑施测的分数比较任务的计分原则为,正确比较得1分,错误比较得0分。因为一个被试需要有两组测试,因此分数范围为0~96分。

2.4 实验程序

首先选取两所公立小学271名四年级学生自编分数比较任务进行筛选。筛选出的81名被试随机分为两组,先对两组被试分别给予数字线任务和离散物体任务的干预,采用团体施测的方法,时间为1课时。当他们完成题目后,立即呈现正确答案,使被试明确自己错题的原因,时间为15分钟。

干预后第二天进行电脑施测的分数比较任务。采用小组施测的方法,每小组有8名被试,每组用时15分钟。每名被试需接受"左手—小数与右手—大数"组、"左手—大数与右手—小数"组两组测试,即左右手反应均要进行。实验顺序已作平衡,以消除顺序效应的影响。实验时要求被试直视电脑屏幕,在屏幕中央会出现注视十字,时间为600毫秒;之后是1000毫秒的空白屏幕;接着在屏幕的正中央呈现靶分数。如果被试在6000毫秒时间内未能反应,靶分数即消失。

3 结果与分析

3.1 数字线组与离散物体组儿童在干预实验中得分的差异

表1 数字线组与离散物体组儿童得分的差异($M \pm SD$)($n=81$)

	给分数画图	给图标定分数	总分
数字线组($n=41$)	7.20±2.74	6.05±3.60	13.24±5.92
离散物体组($n=40$)	7.83±2.90	7.78±3.33	15.60±5.69
t值	−1.01	−2.33*	−1.84*

表1是两组儿童在各自干预任务的两类分任务上的得分。独立样本t检验表明,在给分数让儿童画图再比较分数的任务上,两者得分不存在显著差异,$t(79)=-1.01, p>.05$;在给图标定分数再比较分数的任务上,两组得分存在显著差异,离散物体组得分显著高于数字线组,$t(79)=-2.33, p<.05$;两组总分差异边缘显著,$t(79)=-1.84, p=.06$。对于数字线组儿童,给分数画图的成绩显著高于给图标定分数,$t(79)=3.02, p<.001$;对于离散物体组儿童,给分数画图与给图标定分数之间的成绩不存在显著差异,$t(79)=.16, p>.05$。

3.2 干预任务中儿童出现的错误类型

对儿童在干预任务中出现的错误类型进行归类,发现数字线任务中出现的错误类型如下:

(1)儿童不会根据例题给出的方法画数字线,也不会标定数字线上的分数,从而导致结果错误。如要求其比较6/7与2/7时,其画的是2/5和3/5。有9名儿童有此类型的错误表现,占数字线组被试的21.96%。

(2)儿童不能够正确画线,但结果正确。有以下几种原因:①将0和1颠倒导致错误。即将2/5认为是3/5。②分份错误。③两个分数使用同一条数字线,造成混乱。④两个分数的单位1不一样,无法通过比较长度比较分数。共有11名儿童表现出此种类型的错误,占数字线组被试的26.83%。

(3)儿童能够正确画图,也能够正确标定数字线上的分数,但结果错误。有5名儿童有此种表现,占数字线组被试的12.20%。

离散物体任务中出现的错误类型主要是儿童能够正确地标记分数,也能够正确用离散物体表示分数,但比较分数时出现了错误。13名儿童有这样的表现,占离散物体组被试的32.50%,其中4名儿童是比较了未涂黑区域而非涂黑区域,导致错误。

3.3 数字线组与离散物体组儿童在电脑实验中正确率的差异

由于电脑实验与干预实验未在一天进行,因此造成了9名被试的流失。最终进行电脑施测的儿童有72名,数字线组40名,离散物体组32名。我们首先对所有72名被试成绩进行了统计。

表2的结果表明在"左手—小数和右手—大数"任务以及"左手—大数和右手—小数"任务上,两组正确率并无显著差异,$p>.05$;而在总得分上离散物体组显著高于数字线组,$t(70)=-2.14$,$p<.05$,说明经过离散物体任务干预的儿童在分数比较任务上表现要优于进行数字线任务干预的儿童。

表2 数字线组与离散物体组儿童电脑任务正确率的差异($M \pm SD$)($n=72$)

组别	左小右大任务	左大右小任务	总分
数字线组($n=40$)	.59 ± .30	.68 ± .29	.63 ± .22
离散物体组($n=32$)	.71 ± .27	.78 ± .22	.74 ± .20
t值	−1.74	−1.60	−2.14*

3.4 数字线组与离散物体组SNARC效应的检验

在对数据分析前,剔除错误率高于80%的被试,以及错误反应、反应超时(大于3000毫秒)以及三个标准差以外的反应时数据。结果,数字线组剔除了2名被试,离散物体组剔除1名。最后,数字线组有效被试为38名,离散物体组为31名。

为确保被试在进行两组测试时并无顺序效应的影响,分别以反应时和正确率为因变量,进行了2(实验顺序:先左手—小数组、先右手—小数组)×2(组别:数字线组、离散物体组)的方差分析。结果表明,实验顺序主效应不显著,实验顺序与组别的交互作用亦不显著($ps>.05$),说明实验无顺序效应。

3.4.1 以反应时为因变量对SNARC效应的检验

以反应时为因变量,进行2(组别:数字线组、离散物体组)×2(分数大小:靶分数比参照分数值大或者小)×2(反应手:左手、右手)的方差分析。结果表明:组别的主效应显著,$F(1, 24)=5.52$,$p<.05$,$\eta^2=.19$,数字线组的反应时($M=1119.80$ms, $SE=109.60$ms)显著快于离散物体组($M=1190.80$ms, $SE=92.85$ms);反应手主效应显著,$F(1, 24)=4.56$,$p<.05$,$\eta^2=.16$,左手的反应时($M=1187.55$ms, $SE=108.71$ms)显著慢于右手($M=1123.05$ms, $SE=96.36$ms);三因素交互作用显著,$F(1, 24)=12.31$,$p<.01$,$\eta^2=.34$。

由于三因素交互作用显著,简单效应结果较为繁杂,且本研究关注的重点是SNARC效应的检验(反应手与分数大小的交互作用),因此,主要以组别为主线总结有关结果。

对于数字线组儿童而言,被试对8个靶分数的左手、右手平均反应时和标准差见表3。被试的平均错误率为33.88%。各靶分数的错误率与反应时的相关系数为.46,$p>.05$,不存在速度—准确性代偿问题。

根据表3的数据,以反应手为项目内变量、分数大小为项目间变量,各项目上38名被试的平均反应时为因变量进行方差分析检验数字线组儿童的SNARC效应。结果表明:反应手主效应不显著,$F(1,12)=1.99$,$p>.05$,$\eta^2=.14$;分数大小主效应不显著,$F(1,12)=.06$,$p>.05$,$\eta^2=.01$。反应手与分数大小的交互作用显著,$F(1,12)=8.37$,$p<.05$,$\eta^2=.41$。进一步的简单效应分析表明,右手对小于参照数的靶分数的反应显著快于左手($M_{左手}=1221.62$ ms,$M_{右手}=1028.76$ ms),$F(1, 13)=9.98$,$p<.01$。对大于参照数的靶分数的反应左右手无显著差异($M_{左手}=1081.15$ ms,$M_{右手}=1147.67$ ms),$F(1, 13)=1.19$,$p>.05$。上述结果表明数字线组儿童在反应时指标上出现了反向SNARC效应,即分数在心理数字线上

表3 数字线组对每个靶分数的平均反应时及正确率($M \pm SD$)($n=38$)

靶分数	左手反应时(ms)	左手正确率	右手反应时(ms)	右手正确率
1/1	1010.10 ±448.99	.71 ±.31	1080.95 ±488.00	.60 ±.33
1/2	1082.67 ±514.49	.70 ±.34	1197.71 ±509.93	.65 ±.34
1/3	1007.28 ±416.29	.71 ±.30	1086.54 ±463.47	.69 ±.30
1/4	1224.57 ±536.61	.68 ±.32	1225.48 ±527.14	.62 ±.35
1/6	1290.24 ±654.83	.61 ±.33	1188.03 ±523.85	.72 ±.29
1/7	1174.20 ±593.92	.60 ±.31	954.25 ±423.32	.70 ±.32
1/8	1201.16 ±682.10	.57 ±.37	1044.56 ±488.47	.73 ±.31
1/9	1220.88 ±637.79	.57 ±.34	928.18 ±321.04	.70 ±.30

的排列顺序是根据分母的增大从左到右排列,而并不是随着值的增大进行排列,即出现成分表征。

离散物体组儿童对8个靶分数的左手、右手平均反应时和标准差见表4。被试的平均错误率为25.94%。各靶分数的错误率与反应时的相关系数为.18,$p>.05$,不存在速度—准确性代偿问题。

表4 离散物体组对每个靶分数的平均反应时及正确率($M \pm SD$)($n=31$)

靶分数	左手反应时(ms)	左手正确率	右手反应时(ms)	右手正确率
1/1	1157.67 ±504.00	.77 ±.29	1069.72 ±420.34	.71 ±.31
1/2	1211.33 ±637.68	.81 ±.24	1172.09 ±380.63	.72 ±.32
1/3	1327.32 ±625.41	.79 ±.26	1126.45 ±408.15	.70 ±.28
1/4	1440.89 ±675.46	.72 ±.30	1176.40 ±479.10	.76 ±.27
1/6	1169.49 ±476.36	.67 ±.31	1198.32 ±552.19	.76 ±.24
1/7	1169.42 ±558.42	.70 ±.33	1282.86 ±524.37	.74 ±.22
1/8	1132.58 ±491.92	.68 ±.33	1162.89 ±471.38	.78 ±.25
1/9	1180.94 ±392.43	.72 ±.34	1074.40 ±505.70	.81 ±.26

根据表4的数据,以反应手为项目内变量、分数大小为项目间变量,各项目上31名被试的平均反应时为因变量进行方差分析检验离散物体组儿童的SNARC效应。结果表明:反应手主效应不显著,$F(1,12)=2.64$,$p>.05$,$\eta^2=.18$;分数大小主效应不显著,$F(1,12)=.92$,$p>.05$,$\eta^2=.07$。反应手与分数大小的交互作用边缘显著,$F(1,12)=4.13$,$p=.06$,$\eta^2=.26$,说明出现了SNARC效应。进一步的简单效应分析表明,右手对大于参照数的靶分数的反应显著快于左手($M_{左手}=1284.30$ ms,$M_{右手}=1184.17$ ms),$F(1,13)=6.72$,$p<.05$;对小于参照数的靶分数的反应左右手无显著差异($M_{左手}=1163.11$ ms,$M_{右手}=1179.16$ ms),$F(1,13)=.08$,$p>.05$。这一结果表明,儿童出现了较小的正向SNARC效应。

3.4.2 以正确率为因变量对SNARC效应的检验

以正确率为因变量,进行2(组别:数字线组、离散物体组)×2(分数大小:靶分数比参照分数值大、靶分数比参照分数值小)×2(反应手:左手、右手)的方差分析。结果表明:组别的主效应显著,$F(1,24)=64.93$,$p<.001$,$\eta^2=.73$,数字线组正确率($M=.72$, $SE=.07$)显著低于离散物体组($M=.84$, $SE=.07$);反应手主效应显著,$F(1,24)=5.19$,$p<.05$,$\eta^2=.18$,左手正确率($M=.76$, $SE=.10$)显著低于右手($M=.78$, $SE=.09$);反应手与分数大小交互作用显著,$F(1,24)=62.34$,$p<.001$,$\eta^2=.72$,说明从总体来看,出现了SNARC效应,简单效应检验表明为反向SNARC效应:右手对小于参照数的靶分数的正确率显著高于左手($M_{左手}=.70$,$M_{右手}=.84$),$F(1,29)=4.91$,$p<.05$;左手对大于参照数的靶分数的正确率显著高于右手($M_{左手}=.83$,$M_{右手}=.75$),$F(1,29)=16.12$,$p<.001$。这说明被试总体采用了成分表征方式,出现正确整数偏向。

尽管基于两组被试的成绩得出反向SNARC效应的结果,但结合研究目的,还探讨了不同组别下正确率的相关检验。结果如下:

数字线组中,反应手主效应显著,$F(1,12)=7.09$,$p<.05$,$\eta^2=.37$;分数大小主效应不显著,$F(1,12)=2.69$,$p>.05$,$\eta^2=.18$。反应手与分数大小的交互作用显著,$F(1,12)=57.44$,$p<.001$,$\eta^2=.83$。进一步的简单效应分析表明,右手对小于参照数的靶分数的正确率显著高于左手(M 左手 $=.59$,M 右手 $=.71$),$F(1,13)=10.70$,$p<.01$;左手对大于参照数的靶分数的正确率显著高于右手($M_{左手}=.70$,$M_{右手}=.64$),$F(1,13)=46.43$,$p<.001$。

离散物体组中,反应手主效应不显著,$F(1,12)=1.01$,$p>.05$,$\eta^2=.08$;分数大小主效应不显著,$F(1,12)=1.01$,$p>.05$,$\eta^2=.08$。反应手与分数大小的交互作用显著,$F(1,12)=18.95$,$p<.001$,$\eta^2=.61$。进一步的简单效应分析表明,右手对小于参照

数的靶分数的正确率显著高于左手($M_{左手}=.69$, $M_{右手}=.77$),$F(1, 13)=5.60$,$p<.01$;左手对大于参照数的靶分数的正确率显著高于右手($M_{左手}=.77$,$M_{右手}=.72$),$F(1, 13)=14.34$,$p<.01$。

这说明两组儿童在正确率上均出现反向SNARC效应,以成分表征方式进行分数比较。此结果与基于总体正确率的结果相符。

3.5 数字线组与离散物体组数字距离效应的检验

通过一元回归分析对数字线组儿童数字距离效应进行检验。分别将靶分数分母与5的距离、靶分数值与1/5的距离作为预测变量,平均反应时作为结果变量建立回归方程。结果显示,靶分数分母与5的距离作为预测变量时回归方程边缘显著,$R^2=.22$,$\beta=-.46$,$p=.07$。靶分数值与1/5的距离作为预测变量的回归方程则不显著,$R^2=.08$,$\beta=-.08$,$p>.05$。这一结果表明随着靶分数分母与参照分数分母5的距离的增大,反应时减小,说明数字线组被试在比较分数时采取了比较分母的策略而并不是比较分数值的策略。

对离散物体组儿童数字距离效应的检验方法与数字线组相同。结果显示,靶分数分母与5的距离作为预测变量时回归方程显著,$R^2=.29$,$\beta=-.54$,$p<.05$。靶分数值与1/5的距离作为预测变量的回归方程则不显著,$R^2=.07$,$\beta=-.26$,$p>.05$。这一结果表明随着靶分数分母与参照分数分母5的距离的增大,反应时减小,说明离散物体组被试在比较分数时也采取了比较分母的策略。

4 讨论

本研究关注在分数比较任务上表现出错误整数偏向的儿童,对他们进行不同的干预任务,通过电脑施测的分数比较任务进行后测,以检验两组干预任务对错误整数偏向的影响;此外,也关注儿童在正确比较分数时如何表征,是否存在正确的整数偏向。

4.1 儿童在两种干预任务上的表现

干预任务结果显示,随机分配的两组儿童虽然在筛查被试的分数比较任务的正确率无显著差异,但在本研究中经过离散物体组干预的儿童总得分显著高于数字线组儿童。以往研究结果表明(倪玉菁,1999; Kurt & Cakiroglu, 2009),儿童在离散物体模型表征分数任务上的成绩要优于用数字线模型表征分数任务,Hannula(2003)的研究也表明儿童在数字线上标定分数的能力较差。由于离散物体模型所强调的分数意义是"部分—整体"概念,而数字线模型所强调的是分数的测量意义,因此倪玉菁(1999)认为造成这一现象的原因可能有两点:第一,儿童对分数的"部分—整体"意义的图像表征方式比对测量意义的数字线表征方式熟悉。第二,儿童对这两种分数意义的理解代表其不同的认知过程和对分数概念的不同层次的抽象和理解。她还认为第二点是根本原因。

在本研究中,每种干预任务包括两种分任务,分别为给分数让儿童进行不同的图形表征(数字线和离散物体)再比较分数,以及给出不同的图形表征让其标定分数再进行分数比较任务。在给分数让儿童画图再比较分数的任务上,两组儿童得分不存在显著差异;在给图标定分数再比较分数的任务上,两组儿童得分存在显著差异,总分差异边缘显著。且数字线组儿童在给分数画图任务上的得分显著高于给图标定分数任务,而离散物体组儿童则在两类任务上无显著差异。这些结果表明,儿童在从分数的符号表征转换为图像表征并加以比较时,会比从图像表征转换为符号表征要容易。造成此结果的原因可能在于图像表征的抽象水平比符号表征要低,而四年级儿童还处于具体运算阶段,对于抽象水平相对较高的分数符号表征更易受到整数系统的影响,进而影响到成绩。而相对于离散物体任务,数字线任务对儿童来讲较不熟悉,因此,在给图标定分数任务以及总分上,数字线组儿童落后于离散物体组儿童。

4.2 儿童在电脑施测的分数比较任务中的表现

结果表明,离散物体组儿童在电脑施测的分数比较任务中得分显著高于数字线组儿童。这与以往结果以及预期假设并不完全一致。以往研究表明采用数字线模型的方法有助于儿童掌握分数的测量概念,削弱错误的整数偏向影响。如Pearn和Stephens等人(Pearn & Stephens, 2004, 2007)的系列研究结果表明通过训练儿童在数字线上标定分数,能够修正儿童在前测时拥有的错误分数概念,如通过分母大小排列分数等;Hannula(2003)也通过面积板和数字线任务证明,虽然儿童在数字线任务上的表现不如面积板,但加强其在数字线上标定分数的能力有助于其建立分数的测量概念,从而削弱错误的整数偏向。因此,本研究的预期假设是通过数字线任务干预的儿童在后面的分数比较任务中表现要优于通过离散物体任务干预的儿童。尽管研究结果中正确率指标显示数字线组儿童显著低于离散物体组,但研究同样发现,数字线组儿童在反应时指标上要显著快于离散物体组儿童,这说明数字线组儿童在进

行分数比较任务的用时更短。这种正确率和反应时分离的结果可能有以下原因:一,由于干预时间过短,且儿童在以往学习分数的过程中对离散物体模型较为熟知,因此在给其呈现一种较陌生的数字线模型时,儿童的表征转换更加困难。前人研究采用了个别干预的策略,更加有针对性,而本研究则是小团体干预,因此在之后的任务中数字线组正确率略低;二,结合本研究考察的心理数字线假设的效应检验结果可以看出,两组儿童都出现了 SNARC 效应和基于分母的数字距离效应,已经能够说明儿童在正确进行分数比较时是以心理数字线这种空间表征作为内部心理机制并采取基于分母的成分表征。因此,通过本研究的数字线任务干预的儿童,也许能够更快地激活这一表征方式,从而更快地对结果做出反应;而离散物体组儿童虽然对"部分—整体"概念比较熟悉,但是这一概念的训练并不能使其更快地激活心理数字线的表征方式,因此虽然他们在正确率上要优于数字线组儿童,但在反应时上慢于数字线组儿童。

数字线组儿童和离散物体组儿童在本研究的分数比较任务中采用了基于心理数字线假设的成分表征。数字线组儿童出现了反向 SNARC 效应和基于分母的数字距离效应,离散物体组儿童则在 SNARC 效应上存在了正确率和反应时的分离,但从简单效应的结果来看,从反应时得出的正向 SNARC 效应较弱,而正确率得出的反向 SNARC 效应则较强。Bonato 等人(2007)的研究结果表明,成人被试在正确比较分数时,会采用基于分母的成分表征,但同时,在其第二个实验中,大学生被试未出现 SNARC 效应,而仅出现基于分母表征的数字距离效应,研究者对其难以解释,最终将其原因归结为二类错误。因此,离散物体组出现正向 SNARC 效应的原因尚待探讨。

值得说明的是,由于对于分数心理表征的结果是基于正确作答的基础上,因此在本研究中儿童同时存在着错误的整数偏向和正确的整数偏向,说明正确的整数偏向和错误的整数偏向在整数系统扩展到有理数系统这个过渡期同时存在。

参考文献

刘春晖, 辛自强. (2010a). 分数认知的"整数偏向"研究:理论与方法. *心理科学进展*, *18*(1), 65–74.

刘春晖, 辛自强. (2010b). 五—八年级学生分数概念的发展. *数学教育学报*, *19*(5), 60–63.

倪玉菁. (1999). 五、六年级小学生对分数的意义和性质的理解. *心理发展与教育*, *11*(4), 26–30.

Bonato, M., Fabbri, S., Umiltà, C., & Zorzi, M. (2007). The mental representation of numerical fractions: Real or integer? *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, *33*, 1410–1419.

Charalambos, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *64*(3), 293–316.

Dehaene, S., Dupoux E, Mehler J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two digit number comparison. *Journal of experimental psychology: Human perception and performance*, *16*(3), 626–641.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, *22*(3), 170–218.

Hannula, M. S. (2003). Locating fraction on a number line. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.). *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education held jointly with the 25th Conference of PME-NA* (*Vol. 3, pp. 3-24*). Honolulu, USA: PME.

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rationalnumbers. In R. Lesh (Ed.). *Number and measurement: Papers from a research workshop* (*pp. 101-144*). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.

Kurt, G., & Cakiroglu, E. (2009). Middle grade students' performances in translating among representations of fractions: A Turkish perspective. *Learning and Individual Differences*, *19*(4), 404–410.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (*pp. 629-667*). Charlotte: Information Age Publishing.

Meert, G., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2009). Rational numbers: Componential vs. holistic representation of fractions in a magnitude comparison task. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *62*, 1598–1616.

Meert, G., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2010a). Comparing 5/7 and 2/9: Adults can do it by accessing the magnitude of the whole fractions. *Acta Psychologica*, *135*, 284–292.

Meert, G., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2010b). Comparing the magnitude of two fractions with common components: Which representations are used by 10- and 12-year-olds? *Journal of Experimental Child Psychology*, *107*, 244–259.

Moss, J., & Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(2), 122–147.

Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, *215*, 1519–1520.

Ni, Y. J., & Zhou, Y. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, *40*, 27–52.

Pearn, C., & Stephens, M. (2004). Why do you have to probe to discover what Year 8 students really think about fractions. In I. Putt,

R. Faragher, & M. McLean (Eds.). *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (*Vol. 2, pp. 430 - 437*). Sydney: MERGA.

Pearn, C., & Stephens, M. (2007). Whole number knowledge and number lines help develop fraction concepts. In J. Watson, & K. Beswick (Eds.). *Mathematics: Essential research, essential practice* (*Vol. 2, pp. 601 - 610*). Sydney: MERGA.

Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W., & Gertzog, W. P. (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science Education*, *66*(*2*), 211 - 227.

Restle, F. (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology*, *83*(2), 274 - 278.

Smith, C. L., Solomon, G. E. A., & Carey, S. (2005). Never getting to zero: Elementary school students' understanding of the infinite divisibility of number and matter. *Cognitive Psychology*, *51*, 101 - 140.

Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of student's understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, *14*, 508 - 518.

Zhang, L., Xin, Z., Li, F., Wang, Q., Ding, C., & Li, H. (2012). An ERP study on the processing of common fractions. *Experimental Brain Research*, *217*(*1*), 25 - 34.

The Effect of Number Line Task and Discrete Object Task Training on Children's Whole Number Bias

Xin Ziqiang[1], *Liu Chunhui*[2]

([1] Department of Psychology at School of Social Development, Central University of Finance and Economics, Beijing, 100081)

([2] Institute of Developmental Psychology, Beijing Normal University, Beijing, 100875)

Abstract When children solve the fractional problems, they usually use previously formed single - unit counting scheme to interpret the fractions. This phenomenon is called "whole number bias", which is ubiquitous in fractional cognition. Previous literature showed that adults represented fractions in a manner with the correct whole number bias, instead of directly representing the magnitude of fractions. However, there is also a wrong whole number bias, which may prevent the children from correctly solving the fractional problems. Therefore, the purpose of this study is to explore whether the number line task and discrete object task can weaken children's wrong whole number bias and to investigate how children represent fractions when they successfully solve the fraction comparison task.

This study consists of two tasks: the intervention task and the fraction comparison task via computer. Eighty - one forth - grade children, who had the wrong whole number bias in a paper - pencil fraction comparison task, were chosen for the current intervention task. They were divided into two groups: one was asked to accomplish the number line task, the other was asked to accomplish the discrete objects task. Each task had two sub - tasks: representing and comparing fractions, with number line/ discrete object model and identifying and comparing fractions through number line/ discrete object model.

After completing 20 items of intervention task, the children performed a series of fractional comparison tasks via computer. A within - subjects and between - subjects crossed three - factor design was used to investigate the effects of the group (the number line group versus the discrete object group), the numerical magnitude of a target fraction (either larger than the reference or smaller than the reference) and the response hand (left or right) on children's accuracy and react time. Each child was presented with eight target fractions which had the same numerator "1" but denominators varied from 1 to 9, and except for the fraction 1/5, which was the reference. Children were asked to compare the target fraction and reference. Each target fraction randomly appeared six times, 48 trials in one block. Each child had two blocks in a random order. Stimulus presentation and the recording of behavioral data (reaction time and accuracy) were controlled by E - prime 1.1.

The main results are as follows: (1) in the intervention task, the children in the discrete objects group perform better than those in the number line group. The children using the number line model are more likely to make mistakes. (2) The children in the discrete objects group have better performance in the fraction comparison task but their mean react time is significantly longer than the children in the number line group. (3) Both groups use the mental number line to represent fraction, and they show both correct and wrong whole number bias. From the results, two conclusions are drawn: (1) Using the number line or discrete object model can weaken wrong whole number bias. Therefore, teachers should use varied models to improve their students' understanding of fraction concepts when teaching fraction. (2) During the process of conceptual change from the whole number to the rational number, students often have both correct and wrong whole number bias.

Key words whole number bias, fraction representation, mental number line