网络出版时间：2014-01-13 11:17
网络出版地址：http://www.cnki.net/kcms/detail/42.1009.C.20140113.1117.060.html

一类基于交叉熵的区间直觉模糊多属性群决策的新方法

李宝萍[1,2]，陈华友[2]
(1.安徽三联学院 基础部，合肥 230601；2安徽大学 数学科学学院，合肥 230601)

摘　要：针对决策信息为区间直觉模糊数且属性和专家权重完全未知的多属性群决策问题，文章提出了一类新的基于交叉熵的群决策方法。引入两个直觉模糊集交叉熵的概念，并以交叉熵作为决策信息的差异程度的度量，从而提出了多属性群决策中确定属性权重和专家权重的方法。文中给出了基于交叉熵原理的区间直觉模糊多属性群决策方法的计算步骤。

关键词：群决策；区间直觉模糊数；交叉熵；权重
中图分类号：C934；N945　　**文献标识码：**A　　**文章编号：**1002-6487（2014）01-0020-04

0　引言

多属性群决策问题即利用多个决策者给出的决策信息对一组备选方案进行排序和择优的具体过程，是现代决策科学的重要组成部分，已被广泛的应用于社会学、经济学、管理学等领域。群决策过程中，专家针对具体的属性对方案进行的评价是方案最终结果优劣的关键。由于不同专家的知识结构、个人偏好以及对方案和属性的了解程度不一，所做评价的结果也会存在很大差异，因而如何选取适当的权重也成为决策的关键。基于区间直觉模糊信息的群决策问题方面，目前研究相对较少。徐泽水等[1]提出区间直觉模糊偏好信息的有序加权集成算子和混合集成算子，通过引入得分矩阵和精确矩阵，并基于集成算子给出了相应的群决策方法.卫贵武[2]提出直觉模糊诱导几何集成算子，并应用于MAGDM问题中，同时将其方法拓

基金项目：国家自然科学基金资助项目（71071002）；安徽省高等学校自然科学基金资助项目(KJ2012A026)；安徽大学学术创新团队项目（KJTD001B，SKTD007B）

作者简介：李宝萍（1976-），女，安徽巢湖人，硕士研究生，讲师，研究方向：预测和决策分析。
陈华友（1969-），男，安徽和县人，博士，教授，研究方向：预测和决策分析。

等(2010)是通过构造模糊神经网络，采用的梯度下降法进行求解的，虽然其结果较好，但其计算过程只适用于三角模糊数以及输入为精确数的模糊回归模型。而本文的方法可在获得近似最优解的前提下，处理各种类型的模糊数据以及输入、输出和系数均为模糊数的回归模型。

4　结论

模糊回归分析是分析模糊数据之间关系的一种有效方法，其在处理一些无法获得精确数，只能得到可能性数据的对象时发挥了重要作用。本文考虑了模糊数据的回归中不同隶属度下误差的模糊性，认为不同隶属度下的误差对总误差的贡献不同，提出了与隶属度关联的拟合效果评价方法。从启发式算法入手，采用模拟退火算法并进行相应的改进，达到了在获得近似最优解的前提下，克服了以往仅考虑系数和变量中的一种具有模糊性的局限性，给出了能处理各类模糊观测值以及系数和变量均具模糊性的线性和非线性回归模型的启发式求解思路。对拟合系数显著性的检验、模糊回归与时间序列分析的融合以及模糊样条回归方法等是模糊回归的进一步研究方向。

参考文献：

[1]Zadeh L. A. Fuzzy Sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3).

[2]Tanaka H,Uejima S, Asia K. Linear Regression Analysis with Fuzzy Model[J]. Ieee Trans. Sys.Man and Cyber. Smc., 1982, 12(6).

[3]李竹渝,张成. 模糊数据的回归模型结构分析[J]. 统计研究, 2008, 25(8).

[4]M. Mosleha, M. Otadi, S. Abbasbandyb. Evaluation of Fuzzy Regression Models by Fuzzy Neural Network[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2010, 234(3).

[5]康立山, 谢云, 尤矢勇等. 非数值并行计算, 模拟退火算法(第一册)[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

[6]Hsien-Chung Wu. Fuzzy Estimates of Regression Parameters in linear Regression Models for Imprecise Input and Output Data[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2003, 42(1~2).

[7]H. Tanaka, I. Hayashi, J.Watada. Possibilistic Linear Regression Analysis for Fuzzy Data[J]. European Journal of Operational Research, 1989, 40(3).

[8]C. Kao, C.L. Chyu. Least-squares Estimates in Fuzzy Regression Analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 148(2).

（责任编辑/亦　民）

展到区间情形。文献[3]通过研究区间直觉模糊集的相似性测度，讨论了群决策的一致性，并将所得结果拓展到区间直觉模糊集情形。文献[4]定义了区间直觉模糊数的一些类型的矩阵，包括区间直觉模糊矩阵，相似度矩阵和模糊等价矩阵等，讨论了起相关性质并讨论了其在多属性群决策问题中的应用。

交叉熵[5]是刻画两组分布的差异程度的函数，文献[14-17]讨论了其在决策问题中的应用。本文即在现有交叉熵应用于多属性决策问题的基础上，讨论了交叉熵在区间直觉模糊多属性群决策问题中的应用，提出了一类新的区间直觉模糊多属性群决策的交叉熵方法，最后，应用一个实例对文中所提的方法进行了验证，结果表明本文所提方法的可行性和合理性。

1 基本概念

定义1[6] 设X是一个非空集合，则称$A=\{\langle x,\mu_A(x),\nu_A(x)\rangle,x\in X\}$为直觉模糊集，其中，$\mu_A(x)$和$\nu_A(x)$分别为$X$中元素$x$属于$A$的隶属度和非隶属度，满足条件$\mu_A(x)\in[0,1]$，$\nu_A(x)\in[0,1]$且$\mu_A(x)+\nu_A(x)\in[0,1]$，参数$\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-\nu_A(x)$表示$X$中元素$x$属于$A$的犹豫度。

定义2[6] 设X是一个给定的论域，则称$A=\{\langle x,\tilde{\mu}_A(x),\tilde{\nu}_A(x)\rangle,x\in X\}$为一区间直觉模糊集，其中$\tilde{\mu}_A(x)\subset[0,1]$，$\tilde{\nu}_A(x)\subset[0,1]$且$\sup\tilde{\mu}_A(x)+\sup\tilde{\nu}_A(x)\in[0,1]$。一般地，将其记为$A=\{\langle x,[\mu_A^L(x),\mu_A^U(x)],\rangle,\nu_A^L(x),\nu_A^U(x)\rangle\}$，其中$\tilde{\mu}_A(x)=[\mu_A^L(x),\mu_A^U(x)]$称为$x\in A$的隶属区间，相应$\tilde{\nu}_A(x)=[\nu_A^L(x),\nu_A^U(x)]$称为非隶属区间，满足$0\leqslant\mu_A^L(x)\leqslant\mu_A^U(x)\leqslant1$，$0\leqslant\nu_A^L(x)\leqslant\nu_A^U(x)\leq1$，$0\leqslant\mu_A^L(x)+\nu_A^L(x)\leqslant\mu_A^U(x)+\nu_A^U(x)\leqslant1$。

区间直觉模糊集具有如下的运算法则：

定义3[1] 设$\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$为一区间直觉模糊数，$\lambda$为一常数，则区间直觉模糊数的数乘运算为$\lambda\tilde{\alpha}=\left(\left[1-(1-a)^\lambda,1-(1-b)^\lambda\right],\left[c^\lambda,d^\lambda\right]\right),\lambda>0$。

定义4[7] 设A和B为论域$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$中的两直觉模糊集，则直觉模糊集A和B的交叉熵定义为：

$$CE(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\mu_A^L(x_i)+\mu_A^U(x_i)+2-\nu_A^L(x_i)-\nu_A^U(x_i)}{4}$$
$$\times\log_2\frac{\mu_A^L(x_i)+\mu_A^U(x_i)+2-\nu_A^L(x_i)-\nu_A^U(x_i)}{\frac{1}{2}\left[\left(\mu_A^L(x_i)+\mu_A^U(x_i)+2-\nu_A^L(x_i)-\nu_A^U(x_i)\right)+\left(\mu_B^L(x_i)+\mu_B^U(x_i)+2-\nu_B^L(x_i)-\nu_B^U(x_i)\right)\right]}$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\frac{2-\mu_A^L(x_i)-\mu_A^U(x_i)+\nu_A^L(x_i)+\nu_A^U(x_i)}{4}$$
$$\times\log_2\frac{2-\mu_A^L(x_i)-\mu_A^U(x_i)+\nu_A^L(x_i)+\nu_A^U(x_i)}{\frac{1}{2}\left[\left(2-\mu_A^L(x_i)-\mu_A^U(x_i)+\nu_A^L(x_i)+\nu_A^U(x_i)\right)+\left(2-\mu_B^L(x_i)-\mu_B^U(x_i)+\nu_B^L(x_i)+\nu_B^U(x_i)\right)\right]}$$

由上式可以知道，$CE(A,B)\geqslant0$，且$CE(A,B)=0$当且仅当$\tilde{\mu}_A(x_i)=\tilde{\mu}_B(x_i)$，$\tilde{\nu}_A(x_i)=\tilde{\nu}_B(x_i)$。由于交叉熵公式不满足对称性，为此文献[7]给出两区间直觉模糊集的对称交叉熵（SCE），公式如下：

$$SCE(A,B)=CE(A,B)+CE(B,A)$$

定义5[5] 设$\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$为一个区间直觉模糊数，则称$s(\tilde{\alpha})=\frac{1}{2}(a-c+b-d)$为$\tilde{\alpha}$的得分值，称$h(\tilde{\alpha})=\frac{1}{2}(a+c+b+d)$为$\tilde{\alpha}$的精确值，且若$s(\tilde{\alpha}_1)<s(\tilde{\alpha}_2)$，则$\tilde{\alpha}_1<\tilde{\alpha}_2$；若$s(\tilde{\alpha}_1)=s(\tilde{\alpha}_2)$，则若$h(\tilde{\alpha}_1)<h(\tilde{\alpha}_2)$，则$\tilde{\alpha}_1<\tilde{\alpha}_2$；若$h(\tilde{\alpha}_1)=h(\tilde{\alpha}_2)$，则$\tilde{\alpha}_1\sim\tilde{\alpha}_2$，即两者无差别。

2 一类基于交叉熵原理的区间直觉模糊多属性群决策的新方法

2.1 区间直觉模糊多属性群决策的描述

对于某一多属性群决策问题，现有l个专家对m个方案$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$就n个属性$G=\{g_1,g_2,\cdots,g_n\}$进行评价，并设$\tilde{R}_k=\left(\tilde{r}_{ijk}\right)_{m\times n}$为决策者$d_k$给出的区间直觉模糊决策矩阵，其中$\tilde{r}_{ijk}=\left(\tilde{\mu}_{ijk},\tilde{\nu}_{ijk}\right)$为决策者$d_k$给出的针对方案$x_i$关于属性$g_j$的属性值。$\tilde{\mu}_{ijk}$表示方案$x_i$满足属性$g_j$的程度，$\tilde{\nu}_{ijk}$相应表示方案$x_i$不满足属性$g_j$的程度，两者均为[0,1]区间中子集，记为$\tilde{\mu}_{ijk}=\left[\mu_{ijk}^L,\mu_{ijk}^U\right]$，$\tilde{\nu}_{ijk}=\left[\nu_{ijk}^L,\nu_{ijk}^U\right]$，满足$\tilde{\mu}_{ijk}+\tilde{\nu}_{ijk}<1$。

区间直觉模糊多属性群决策即是在基于决策者就各属性给出的各方案区间直觉模糊信息的基础上对方案进行择优和排序，一般地，就专家和属性权重来看，群决策问题可以划分为权重信息已知、权重信息部分已知和权重信息完全未知三类情形，本文这里考虑第三种情形，即专家和属性权重完全未知的情形。

2.2 基于交叉熵原理的区间直觉模糊多属性群决策的新方法

文献[8]讨论了区间直觉模糊集的规范化方法，并验证了规范化后的区间直觉模糊集仍为区间直觉模糊集，其基本方法定义如下：

定义6[8] 设决策者的区间直觉模糊决策矩阵$\tilde{R}=\left(\tilde{r}_{ij}\right)_{m\times n}=\left(\left[\mu_{ij}^L,\mu_{ij}^U\right],\left[\nu_{ij}^L,\nu_{ij}^U\right]\right)_{m\times n}$，对于效益型指标，令

$$\begin{cases}\bar{\mu}_{ij}^L=\mu_{ij}^L\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\left(1-\nu_{ij}^L\right)+\left(1-\nu_{ij}^U\right)\right)^2};\\ \bar{\mu}_{ij}^U=\mu_{ij}^U\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\left(1-\nu_{ij}^L\right)+\left(1-\nu_{ij}^U\right)\right)^2}\\ \bar{\nu}_{ij}^L=1-\left(1-\nu_{ij}^L\right)\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\mu_{ij}^L+\mu_{ij}^U\right)^2};\\ \bar{\nu}_{ij}^U=1-\left(1-\nu_{ij}^U\right)\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\mu_{ij}^L+\mu_{ij}^U\right)^2}\end{cases};$$

对于成本型指标，令：

$$\begin{cases}\bar{\mu}_{ij}^{L}=\left(1-\nu_{ij}^{L}\right)^{-1}\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\left(1/\mu_{ij}^{L}\right)+\left(1/\mu_{ij}^{U}\right)\right)^{2}}; \\ \bar{\mu}_{ij}^{U}=\left(1-\nu_{ij}^{U}\right)^{-1}\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\left(1/\mu_{ij}^{L}\right)+\left(1/\mu_{ij}^{U}\right)\right)^{2}} \\ \bar{\nu}_{ij}^{L}=1-\left(1/\mu_{ij}^{L}\right)\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\left(1-\nu_{ij}^{L}\right)^{-1}+\left(1-\nu_{ij}^{U}\right)^{-1}\right)^{2}}; \\ \bar{\nu}_{ij}^{U}=1-\left(1/\mu_{ij}^{U}\right)\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(\left(1-\nu_{ij}^{L}\right)^{-1}+\left(1-\nu_{ij}^{U}\right)^{-1}\right)^{2}}\end{cases}$$

则称$\tilde{\bar{R}}=\left(\tilde{\bar{r}}_{ij}\right)_{m\times n}=\left(\left[\bar{\mu}_{ij}^{L},\bar{\mu}_{ij}^{U}\right],\left[\bar{\nu}_{ij}^{L},\bar{\nu}_{ij}^{U}\right]\right)_{m\times n}$为直觉模糊决策矩阵$\tilde{R}=\left(\tilde{r}_{ij}\right)_{m\times n}$的规范化区间直觉模糊决策矩阵。

考虑同一属性或者不同专家间的差异无疑可以确定该属性或者专家在群决策过程中的重要性。事实上，若某一属性下不同专家所给出的方案属性直觉模糊值的差异越小，则该属性将不利于我们做出有效的决策，同样地，若某一决策者所给出的信息与其他决策者的信息差异不大，则该决策者所提供的决策信息的有效性也将是很小的。鉴于此，本文提出如下的基于交叉熵的区间直觉模糊多属性群决策的新方法。

步骤1 对原始的区间直觉模糊信息$\tilde{R}_k=\left(\tilde{r}_{ijk}\right)_{m\times n}, k=1,2,\cdots,l$按照定义6进行规范化处理，得到规范化后的区间直觉模糊信息矩阵$\tilde{\bar{R}}_k=\left(\tilde{\bar{r}}_{ijk}\right)_{m\times n}, k=1,2,\cdots,l$；

步骤2 提取直觉模糊决策矩阵$\tilde{\bar{R}}_k=\left(\tilde{\bar{r}}_{ijk}\right)_{m\times n}, k=1,2,\cdots,l$中属性$g_j\left(j=1,2,\cdots,n\right)$下的决策信息矩阵，记为$\Delta_j=\tilde{\bar{R}}_{ijk}\left(j=1,2,\cdots,n\right)$；

步骤3 基于定义4对属性$g_j\left(j=1,2,\cdots,n\right)$下不同专家给出的不同方案的属性值间两两比较$SCE\left(\tilde{R}_{ijk}\right)$(j固定)并计算相应对称交叉熵$SCE\left(\tilde{R}_{ijk_1},\ \tilde{R}_{ijk_2}\right)\left(k_1\neq k_2\right)$(合计(k-1)(k-2)/2个)，以此作为属性$g_j\left(j=1,2,\cdots,n\right)$下由各专家给出的方案属性值差异性程度的度量；

步骤4 对所有n个属性的交叉熵值进行汇总，应用熵权理论计算出各个属性相应的权重，使得差异程度越大的属性权重也越大，反之亦然，属性权重计算公式如下：

$$w_j=\frac{SCE\left(\tilde{R}_j\right)}{\sum_{j=1}^{n}SCE\left(\tilde{R}_j\right)}\left(j=1,2,\cdots,n\right)$$

这里，$SCE\left(\tilde{R}_j\right)$为属性$g_j\left(j=1,2,\cdots,n\right)$下各专家给出的方案决策信息两两比较的交叉熵之和。

步骤5 应用步骤4所获得的属性权重对规范化后的不同专家所提供的决策信息进行集结，将区间直觉模糊多属性群决策问题转化为多属性决策问题；

步骤6 应用步骤2–步骤4重新计算获得专家权重，并对方案决策信息进行再集结，得到各个方案最终的决策信息值；

步骤7 应用定义5的方法对最终的决策信息进行排序和择优，得到群决策结果。

3 案例分析

本文应用文献[8]的提供的原始数据，采用基于交叉熵原理的区间直觉模糊多属性群决策的方法进行实证分析。设现有5中ERP软件$x_i(i=1,2,\cdots,5)$作为决策备选方案，三位专家$d_k(k=1,2,3)$就系统费用(g_1)，功能满足程度(g_2)，系统稳定性(g_3)，软件信誉(g_4)和服务水平(g_5)5个属性对其进行评价，规范化后的决策信息如下：

$$\tilde{\bar{R}}_1=\begin{pmatrix}\langle[0.1694,0.1977], & \langle[0.1385,0.1662], & \langle[0.1970,0.2298], & \langle[0.2017,0.2305], & \langle[0.1248,0.1560] \\ [0.6119,0.6895]\rangle, & [0.6674,0.7043]\rangle, & [0.6535,0.6968]\rangle, & [0.6632,0.7006]\rangle, & [0.7515,0.7825]\rangle \\ \langle[0.1318,0.1483], & \langle[0.1385,0.1662], & \langle[0.1313,0.1641], & \langle[0.1152,0.1728], & \langle[0.1387,0.1783] \\ [0.7413,0.8059]\rangle, & [0.7413,0.7782]\rangle, & [0.6968,0.7401]\rangle, & [0.7380,0.7755]\rangle, & [0.5650,0.7515]\rangle \\ \langle[0.1694,0.1977], & \langle[0.1385,0.1938], & \langle[0.1641,0.1970], & \langle[0.0864,0.1152], & \langle[0.1560,0.1783] \\ [0.6895,0.7413]\rangle, & [0.6674,0.7043]\rangle, & [0.6968,0.7401]\rangle, & [0.7006,0.8129]\rangle, & [0.7100,0.7515]\rangle \\ \langle[0.1694,0.1977], & \langle[0.1938,0.2215], & \langle[0.1313,0.1641], & \langle[0.1440,0.2017], & \langle[0.1560,0.1783] \\ [0.6895,0.7413]\rangle, & [0.6304,0.6674]\rangle, & [0.6535,0.7401]\rangle, & [0.6632,0.7006]\rangle, & [0.6520,0.7515]\rangle \\ \langle[0.1483,0.1694], & \langle[0.1385,0.1662], & \langle[0.0985,0.1970], & \langle[0.1728,0.2305], & \langle[0.1560,0.1783] \\ [0.6119,0.7782]\rangle & [0.7043,0.7782]\rangle & [0.6968,0.7401]\rangle & [0.6632,0.7006]\rangle, & [0.5650,0.6520]\rangle\end{pmatrix}$$

$$\tilde{\bar{R}}_2=\begin{pmatrix}\langle[0.184,0.2146], & \langle[0.1281,0.1794], & \langle[0.1552,0.1862], & \langle[0.1647,0.2196], & \langle[0.1325,0.1514] \\ [0.5475,0.6983]\rangle & [0.5837,0.6670]\rangle & [0.6451,0.7338]\rangle & [0.6423,0.6820]\rangle & [0.5527,0.7444]\rangle \\ \langle[0.1431,0.1610], & \langle[0.0769,0.1281], & \langle[0.0931,0.1862], & \langle[0.1098,0.1373], & \langle[0.1325,0.1514] \\ [0.6380,0.7737]\rangle & [0.6670,0.7086]\rangle & [0.6451,0.7338]\rangle & [0.682,0.7615]\rangle & [0.4036,0.7018]\rangle \\ \langle[0.1288,0.1431], & \langle[0.1281,0.2050], & \langle[0.1242,0.2173], & \langle[0.0549,0.1098], & \langle[0.1060,0.1325] \\ [0.6380,0.6983]\rangle & [0.6253,0.6670]\rangle & [0.6451,0.6894]\rangle & [0.682,0.7218]\rangle & [0.6422,0.7763]\rangle \\ \langle[0.1431,0.1840], & \langle[0.1025,0.1537], & \langle[0.0931,0.1552], & \langle[0.1922,0.2471], & \langle[0.1325,0.1325] \\ [0.6380,0.7414]\rangle & [0.5837,0.6253]\rangle & [0.6451,0.7338]\rangle & [0.6025,0.6423]\rangle & [0.4036,0.6422]\rangle \\ \langle[0.1288,0.1431], & \langle[0.1025,0.1537], & \langle[0.1242,0.2173], & \langle[0.0824,0.1373], & \langle[0.1178,0.1325] \\ [0.7414,0.7737]\rangle & [0.5837,0.6670]\rangle & [0.6451,0.6894]\rangle & [0.6423,0.7218]\rangle & [0.7018,0.7444]\rangle\end{pmatrix}$$

$$\tilde{\bar{R}}_3=\begin{pmatrix}\langle[0.1505,0.1806], & \langle[0.2171,0.2442], & \langle[0.1880,0.2148], & \langle[0.1168,0.1461], & \langle[0.1153,0.2018] \\ [0.4665,0.5999]\rangle & [0.6826,0.6826]\rangle & [0.6746,0.7108]\rangle & [0.6985,0.7846]\rangle & [0.1791,0.5895]\rangle \\ \langle[0.1003,0.1290], & \langle[0.1085,0.1900], & \langle[0.1074,0.1343], & \langle[0.1753,0.2337], & \langle[0.0807,0.0897] \\ [0.6799,0.7714]\rangle & [0.7179,0.7531]\rangle & [0.7108,0.7108]\rangle & [0.6123,0.6554]\rangle & [0.1791,0.4527]\rangle \\ \langle[0.1003,0.1129], & \langle[0.1085,0.1357], & \langle[0.1343,0.2148], & \langle[0.1168,0.1753], & \langle[0.1009,0.1153] \\ [0.1998,0.5999]\rangle & [0.7179,0.7884]\rangle & [0.6384,0.6746]\rangle & [0.6554,0.6985]\rangle & [0.6716,0.7264]\rangle \\ \langle[0.0903,0.1129], & \langle[0.1357,0.1900], & \langle[0.1611,0.1880], & \langle[0.1168,0.1460], & \langle[0.0897,0.1009] \\ [0.7714,0.7999]\rangle & [0.6826,0.7179]\rangle & [0.6746,0.7469]\rangle & [0.6123,0.6554]\rangle & [0.7655,0.7948]\rangle \\ \langle[0.1129,0.1505], & \langle[0.1357,0.2171], & \langle[0.1074,0.1880], & \langle[0.0876,0.1753], & \langle[0.0807,0.0897] \\ [0.6799,0.7333]\rangle & [0.6473,0.7179]\rangle & [0.7108,0.7469]\rangle & [0.6554,0.6985]\rangle & [0.7655,0.7948]\rangle\end{pmatrix}$$

下面以属性g_1为例说明计算过程。

步骤2 提取上述规范化后的决策信息矩阵，得到属性g_1下的各方案的决策信息矩阵Δ_1为：

$$\Delta_1=\begin{pmatrix}\langle[0.1694,0.1977], & \langle[0.1840,0.2146], & \langle[0.1505,0.1806] \\ [0.6119,0.6895]\rangle & [0.5475,0.6983]\rangle & [0.4665,0.5999]\rangle \\ \langle[0.1318,0.1483], & \langle[0.1431,0.1610], & \langle[0.1003,0.1290] \\ [0.7413,0.8059]\rangle & [0.6380,0.7737]\rangle & [0.6799,0.7714]\rangle \\ \langle[0.1694,0.1977], & \langle[0.1288,0.1431], & \langle[0.1003,0.1129] \\ [0.6895,0.7413]\rangle & [0.6380,0.6983]\rangle & [0.1998,0.5999]\rangle \\ \langle[0.1694,0.1977], & \langle[0.1431,0.1840], & \langle[0.0903,0.1129] \\ [0.6895,0.7413]\rangle & [0.6380,0.7414]\rangle & [0.7714,0.7999]\rangle \\ \langle[0.1483,0.1694], & \langle[0.1288,0.1431], & \langle[0.1129,0.1505] \\ [0.6119,0.7782]\rangle & [0.7414,0.7737]\rangle & [0.6799,0.7333]\rangle\end{pmatrix}$$

步骤3 计算$\Delta_1=\left(\tilde{\bar{R}}_{i11},\tilde{\bar{R}}_{i12},\tilde{\bar{R}}_{i13}\right), i=1,2,\cdots,5$中不同

列决策信息两两之间的交叉熵值为：

$$SCE\left(\tilde{\tilde{R}}_{i11},\tilde{\tilde{R}}_{i12}\right)=5.6830,SCE\left(\tilde{\tilde{R}}_{i11},\tilde{\tilde{R}}_{i13}\right)=5.7013,SCE\left(\tilde{\tilde{R}}_{i12},\tilde{\tilde{R}}_{i13}\right)=5.6657$$

累计交叉熵值和为17.0500，类似计算得剩余四个属性相应的交叉熵值和分别为：16.9559,17.0028,17.0748,16.9805。

步骤4 交叉熵值越大，表明该属性下的决策信息差异也越大，从而其更有利于决策，应赋予相应较大的权重，反之亦然。则基于步骤4计算5个属性相应的权重应为：

$w_1=17.05/(17.05+16.9559+17.0028+17.0748+16.9805)=0.2005$，

$w_2=0.1993$，$w_3=0.1999$，$w_4=0.2007$，$w_5=0.1996$。

步骤5 应用步骤4获得的权重，对原始决策信息进行集结得各个专家对每个方案的综合评价值为：

$$\tilde{R}_{MADM}=\begin{pmatrix}\langle[0.1669,0.1967],[0.6679,0.7139]\rangle & \langle[0.1532,0.1907],[0.5928,0.7045]\rangle & \langle[0.1584,0.1893],[0.4853,0.6697]\rangle\\ \langle[0.1311,0.1660],[0.6929,0.7680]\rangle & \langle[0.1114,0.1531],[0.5967,0.7354]\rangle & \langle[0.1151,0.1569],[0.5203,0.6572]\rangle\\ \langle[0.1434,0.1769],[0.6927,0.7493]\rangle & \langle[0.1087,0.1625],[0.6463,0.7096]\rangle & \langle[0.1123,0.1521],[0.5258,0.6947]\rangle\\ \langle[0.1592,0.1929],[0.6575,0.7195]\rangle & \langle[0.1335,0.1756],[0.5668,0.6752]\rangle & \langle[0.1191,0.1484],[0.6986,0.7410]\rangle\\ \langle[0.1432,0.1887],[0.6460,0.7282]\rangle & \langle[0.1129,0.1574],[0.6607,0.7183]\rangle & \langle[0.1051,0.1652],[0.6905,0.7375]\rangle\end{pmatrix}$$

步骤6 对综合评价决策信息矩阵$\tilde{R}$应用步骤2-步骤4计算得专家权重为

$e_1=0.3349$，$e_2=0.3349$，$e_3=0.3302$。

依据专家权重对$\tilde{R}$进行信息集结得各个方案的最终综合决策信息值为：

$$\tilde{R}=\begin{pmatrix}\langle[0.1595,0.1923],[0.5775,0.6959]\rangle\\ \langle[0.0557,0.1587],[0.5996,0.7196]\rangle\\ \langle[0.1217,0.1640],[0.6179,0.7176]\rangle\\ \langle[0.1375,0.1726],[0.6383,0.7112]\rangle\\ \langle[0.1201,0.1705],[0.6654,0.7279]\rangle\end{pmatrix}$$

步骤7 则依据定义5，计算上述综合决策信息的得分函数和精确函数，并进行排序得：

$s(x_1)=-0.4608$，$s(x_2)=-0.5524$，$s(x_3)=-0.5249$，$s(x_4)=-0.5197$，$s(x_5)=-0.5513$

则5种备选方案的优劣顺序应为：

$x_1>x_4>x_3>x_5>x_2$.

所得结果与文献[8]的主要结论一致，但是，本文所获属性和专家权重均是基于对原始数据的比对和分析，因而本文所获得的结果具有相当的客观性。

4 结论

本文针对专家和属性权重完全未知情形的区间直觉模糊多属性群决策问题，提出了一类新的基于区间直觉模糊信息交叉熵的群决策方法。通过应用交叉熵对同一属性下的方案区间直觉模糊信息进行分析，得到基于交叉熵的属性权重，并基于该权重逐步对决策信息进行集结，最终得到各个方案的最终决策结果并进行排序和择优。最后，通过一个算例对该方法进行了验证，结果表明该方法的可行性和有效性。

参考文献：

[1]徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2).

[2]Wei G W. Some Induced Geometric Aggregation Operators with Intuitionistic Fuzzy Information and Their Application to Group Decision Making [J]. Applied Soft Computing, 2010, 10(2).

[3]Xu Z S, Yager R. Intuitionistic and Interval-valued Intutionistic Fuzzy Preference Relations and Their Measures of Similarity for the Evaluation of Agreement Within a Group [J]. Fuzzy Optimization Decision Making, 2009, 8(2).

[4] Zeshui Xu. A Method Based on Distance Measure for Interval-valued Intuitionistic Fuzzy Group Decision Making [J]. Information Sciences, 2010,(180).

[5]Xiaowei Chen, Samarjit Kar, Dan A. Ralescu. Cross-entropy Measure of Uncertain Variables [J]. Information Sciences, Information Sciences, 2012, (201).

[6]Atanassov K T. Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1).

[7]Jun Ye. Fuzzy cross Entropy of Interval-valued Intuitionistic Fuzzy Sets and Its Optimal Decision-making Method Based on the Weights of Alternatives [J]. Expert Systems with Applications, 2011, (38) .

[8]戚筱雯, 梁昌勇, 张恩桥等. 基于熵最大化的区间直觉模糊多属性群决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2011,31(10).

（责任编辑/亦　民）