

光子自由程与宇宙环境的推测

宋晓雷¹ 赵维哲¹ 郑甦¹ 张珂¹ 张承民²
(1.北京市第35中学科技班天文组; 2.中国科学院国家天文台)

摘要:光子在空间中传播会受到物质微粒的影响。考虑光子受物质微粒干扰的因素,在计算其经过一段位移所用的时间时就不能简单的按照匀速直线运动处理。自由程则可反应光子运动时受干扰程度,从而计算出光子通过一定位移所用的准确时间。在本篇文章中,我会根据宇宙中平均电子密度与自由程的概念来详细的推导出在宇宙中光子自由程与宇宙标度因子的关系式。并且,在假定宇宙大爆炸理论正确的前提下,我会将宇宙不同阶段的已知数据带入推导出的公式,对早期宇宙、现阶段宇宙做出一些数据推测,其中包括自由程、光子从其中心出发至其边缘所用时间等。之后将二者的数据与太阳数据进行对比,从而得到一些关于宇宙发展的结论。

关键词:自由程 宇宙标度因子 宇宙大爆炸理论

中图分类号:P11

文献标识码:A

文章编号:1674-098X(2013)01(a)-0019-02

在太阳中,日光由其核心反应区经过辐射层、对流层、光球层、色球层后传送到太阳表面需要很长的时间,原因是光子在从它内部向表面传输的过程中,会与太阳中的电子等其他粒子发生碰撞,并且发生散射。这导致了光子要经历很久的时间才能够从太阳内部“逃离而出”。

这样,我们就要应用到自由程这样一个概念。自由程是反应光子运动中受干扰程度的物理量,其含义是:光子在相邻两次与物质微粒发生散射之间不受干扰做直线运动所通过的距离。根据自由程,我们可以计算出光子通过一段距离的准确用时(详细见附录)^[2]。

在宇宙中,光子的传播同样会受到电子等物质微粒影响,发生散射。在弗里德曼宇宙模型之中,我们假设宇宙中的能量(物质)是守恒的,于是我们可以将光子“逃离”太阳的情况类比到宇宙中,并且推导出光子运动受干扰程度关于宇宙标度因子(宇宙年龄)的函数关系,对宇宙的过去与未来做更好的推测与预言。

1 关于推导自由程与宇宙标度因子关系的准确性讨论

1.1 物质主导宇宙

我们根据搜索到的材料^[4-5],将宇宙看做物质主导。在宇宙大爆炸之后的30万年内,物质高度电离,光子难于传播。由于此时的标度因子比较小,这一段时间可以看做是辐射为主导,其对光子运动的影响与物质微粒不同。宇宙大爆炸30万年之后,冷却的宇宙物质足以使电子与核子结合在一起形成中性原子,这一阶段被称为“重组”,同时吸引了自由电子,从而导致宇宙变得透明。而从爆炸后30万年到现在大概有137亿年,这段时间可看做物质主导。光子在物质阶段运动受到的干扰主要来自与电子发射散射。

1.2 光电散射

在宇宙中,光子运动时受到的主要阻碍来自于电子。这是由于电子与光子的散射截面最大,而质子、中子等微粒与电子的散射截面相对小得多(散射截面的概念

会在下文中详细介绍)。我们可以理解为光子与电子发生碰撞时运动的轨迹与速度的改变量远大于与其他粒子碰撞时运动的轨迹与速度的改变量。所以,这里我们暂不考虑。

1.3 三维空间

由于计算当中用到了弗里德曼方程^[3],而弗里德曼方程的环境是三维空间,所以我们的研究也是以三维空间为基础的。

1.4 忽略引力

在本次研究中并没有考虑黑洞等物质密度极大的天体对光的吸引作用。在早期宇宙中物质密度相对均有引力作用较为平均,现阶段宇宙中光子遇到上述情况的概率又相对较少。

2 自由程与宇宙标度因子函数关系推导过程

2.1 宇宙标度因子与平均电子密度

首先,我们需要推导出自由程与宇宙标度因子的函数关系。我们通过宇宙中的平均电子密度,计算出光子与电子的平均碰撞频率,再用平均碰撞频率乘上光速就可得到在当今宇宙中光子对电子的自由程。其中,计算宇宙中平均电子密度时会用到宇宙的体积,计算体积时会用到宇宙标度因子。这样,我们就可以得到宇宙中光子自由程与宇宙标度因子的函数关系。由于从宇宙尺度上看,虽然物质分布会出现集中的情况,但由于星系分布相对平均,并且个星体体积相对于宇宙体积也是极为渺小的,所以我们用平均电子密度来计算是成立的。

最后,通过弗里德曼方程,我们还可以知道宇宙中光子自由程随着宇宙年龄变化的大体变化趋势,这对宇宙年龄的推测是很有帮助的。

关于自由程与宇宙标度因子的函数关系我们的推导过程如下。

首先,我们来计算当今宇宙中的平均电子密度。现阶段宇宙中约有 10^{11} 个银河系,银河系约有 10^{11} 恒星系,恒星系的平均质量约为 10^{33} g,1g物质中约有 10^{24} 个电子。宇宙中的总电子数可近似计算为

$N = 10^{11} \times 10^{11} \times 10^{33} \times 10^{24} = 10^{79}$ 。由于我们考虑的是物质主导的宇宙,所以在宇宙的不同时期,总电子数是恒定的,始终是 10^{79} 。

平均电子密度既可以表示为 $n = \frac{N}{V}$,其中V

是宇宙体积。再根据 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (R为宇宙标度因子),就可以得到 $n = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ 。

2.2 光电碰撞频率

然后,我们可以计算光子与电子的碰撞频率,即光子与电子每秒钟的碰撞次数: $f = n \cdot c \cdot \sigma$

具体含义如下。在光子的运动中,其运动过程示意如右图所示。

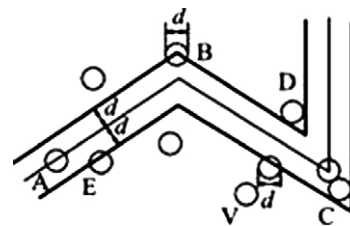


图1

图中的A为光子,E,B,D,C,V为电子。

光子运动时与电子碰撞发生散射。其运动通过的路径实际上是占有一定空间的圆柱体通道,半径为图中的d。光子运动时只会与在这个圆柱体内的电子发生散射。

在光子的这个圆柱体的横截面积成为光电散射截面,即为公式中的 σ 。 σ 的值与光子和电子的碰撞角度、相对速度都是有一定关系的。在这里我们取一个平均值,约为 $6.25 \times 10^{-29} m^2$ 。

公式中的c为光速,c与 σ 的乘积即为单位时间内光子运动路径通道所占有的空间体积。

n为之前推导过的宇宙中平均电子密度,这样, $f = n \cdot c \cdot \sigma$ 就是单位时间内光子所经过圆柱体路径中所存在的电子数量,即为光子与电子每秒钟的碰撞次数,就是我们要的碰撞频率。

2.3 自由程与碰撞频率

最终,我们就得到了宇宙中光子受电子影响运动的自由程 $l = \frac{c}{f}$ 。

f 是光子与电子的碰撞频率, $\frac{1}{f}$ 就是光子在与相邻的两个电子发生两次碰撞之间所运动的时间。 $c \cdot \frac{1}{f}$ 即为光子在两次碰撞之间自由运动的路程。

将 $f = n \cdot c \cdot \sigma$ 带入到上式中可以得到 $l = \frac{1}{n \cdot \sigma}$ 。

2.4 自由程与宇宙标度因子

我们可以把式子展开,直接得到宇宙中光子自由程 l 与宇宙半径 R 的关系式

$$l = \frac{1}{n \cdot \sigma} = \frac{1}{\frac{N}{V} \cdot \sigma} = \frac{4\pi R^3}{3N \cdot \sigma}$$

2.5 自由程与宇宙年龄

若要进一步得到宇宙中光子自由程与宇宙年龄的关系,我们要借助到弗里德曼方程在物质主导的宇宙(时对应着物质占主导地位的宇宙,意味着宇宙中物质的密度远超过辐射的密度)中:

$$\text{弗里德曼方程的解为: } R \propto t^{\frac{2}{3}}$$

R 为宇宙标度因子

所以我们可以推导出:

在物质主导的宇宙中光子自由程与宇宙年龄成正比。

3 函数关系的检验

我们需要的函数关系已经求出,现在用已知的太阳数据来检验一下函数关系的准确性。特别需要注意的是,由于太阳与宇宙的总物质数不同,所以这里的常数 N 不是宇宙中总电子数,而是太阳中总电子数。太阳中 $N = 2 \times 10^{33} \times 10^{24}$

太阳的半径 $R = 6.9 \times 10^8 m$

带入到公式中

$$l = \frac{4\pi R^3}{3N \cdot \sigma} = \frac{4\pi (6.9 \times 10^8)^3}{3 \times 2 \times 10^{33} \times 10^{24} \times 6.25 \times 10^{-29}} \approx 0.010 m$$

这与根据目前技术实际得到的太阳中光子自由程的数值是相符合的。所以,我们推导出的函数关系的准确性还是比较高的。

4 应用函数关系对宇宙环境推测

我们假定宇宙大爆炸理论正确,并且宇宙按照接近光速的速度膨胀,再根据推导出的函数关系,可以分别计算出大爆炸后30万年的早期宇宙与大爆炸后137亿年左右的现阶段宇宙的半径、总电子数,光子自由程与光子从其中心运动到边缘用时。详细数值请见下表:

首先我们将早期宇宙和太阳进行对比。目前在科学界中,根据对大爆炸理论支持,大多把早期宇宙的环境比作现在的太阳,是一个温度极高、具有极高能量与剧烈反应的环境。但是,光子在早期宇宙中的自由程还是远远大于在太阳中的自由

程的。可见,早期宇宙的物质密度与物质反应剧烈程度等物理环境还是远远比不上现在的太阳。所以,宇宙发展过程中如果有类似太阳的环境,只会集中在大爆炸后前30万年内以辐射为主导的爆炸阶段。但由于辐射对光子的影响我们还不得而知,我们的探究成果仍无法模拟出宇宙中高温的物质反应阶段。

表1

	太阳6	早期宇宙 (30万年)	现阶段宇宙 (137亿 年)
半径	$6.9 \times 10^8 m$	$2.8 \times 10^{21} m$	$1.3 \times 10^{27} m$
总电子数	2×10^{57}	10^{79}	10^{79}
光子自由程	$0.01 m$	$1.4 \times 10^{14} m$	$3.5 \times 10^{30} m$
从中心到边缘用时	5千年	6.3万亿年	光子在宇宙中运动几乎不受干扰

再将早期宇宙同现阶段宇宙对比。早期宇宙的空间体积与现在的银河系相似(以银河系磁场边缘为体积界限),但是光子自由程比现阶段宇宙小了16个数量级,说明早期宇宙的物质密度比现阶段宇宙大得多、透明度要小得多。可以推测出,早期宇宙的物质分布要相对均匀,而现阶段宇宙物质分布则相对集中,光子与电子发生反射的几率较小。

单独看现阶段宇宙的数据。现阶段宇宙中光子自由程比宇宙标度因子大3个数量级,直观地反映出现阶段宇宙中物质密度极为稀薄,光子几乎不受干扰、沿直线传播。并且间接证明了现在宇宙中大部分为真空,物质分布即为不均。

(1) 在宇宙中物质守恒的前提下宇宙中光子自由程与宇宙标度因子的三次方成正比

$$l = \frac{1}{n \cdot \sigma} = \frac{1}{\frac{N}{V} \cdot \sigma} = \frac{4\pi R^3}{3N \cdot \sigma}$$

(2) 在弗里德曼宇宙模型下,光子自由程与宇宙年龄成正比。

(3) 将太阳环境与早期宇宙环境类别虽然是推测早期宇宙环境的一种方法,但不可将二者等同。太阳环境与反应程度是否与辐射主导的宇宙相似有待进一步探究。

(4) 早期宇宙的物质分布要相对均匀,而现阶段宇宙物质分布则相对集中。且现阶段宇宙中大部分空间、物质分布相对集中,光子在运动过程中散射频率小,几乎沿直线传播。

附录:

应用自由程概念计算光子通过一段位移所用总时间如下^[1-2]。

在空间中,光子的运动轨迹大致如图2所示。

由此可见,光子的运动轨迹是不规则的,不易直接计算其通过一段位移走过的



图2 图中蓝色的原点为电子,红色原点为光子,黄色箭头即为光子的运动轨迹

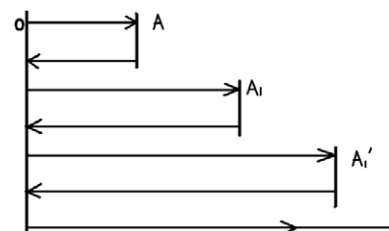


图3 光子等效轨迹示意图

总路程。但是我们可以把光子的轨迹规则化,其等效轨迹如图3所示。

我们假定O点为光子的运动起点,向右为运动正方向。在其向正方向运动时,它先从原点出发,向正方向移动一个自由程的长度到达A,然后与物质微粒发生作用回到原点;之后又从原点出发,向正方向移动两个自由程的长度到达A1,然后与物质微粒发生作用回到原点;接下来又从原点出发,向正方向移动三个自由程的长度到达A1',然后与物质微粒发生作用回到原点;以此类推,光子每次从原点出发向正方向移动的位移成等差数列增长,其首项及公差均为自由程。所以光子通过一定位移所走过的总路程为:

$$s = \frac{(1+x) \cdot n}{2} \times 2 \cdot x$$

其中s为路程x为位移、n为从原点出发的次数:

$$n = \frac{x}{l}$$

由于光子做往复运动,所以等差数列求和后还需要成二。光子在最后一次从原点出发运动到距离原点x处不发生散射作用直接通过,所以最后需要再减去x

参考文献

- [1] David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker. Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons: pp.515-516. ISBN 978-0471105589.
- [2] 赵凯华, 罗蔚茵. 新概念物理教程-热学[M]. 高等教育出版社, ISBN 978-7040176803.
- [3] 刘辽, 赵峥. 广义相对论[M]. 高等教育出版社, ISBN 9787040144307.