

基于凸角型滚刀加工的根切量分析*

徐 锐,汪列隆,胡昌军

(池州学院 机械与电子工程系,安徽 池州 247000)

摘 要: 探讨了凸角型滚刀的齿形特点,基于齿轮啮合原理,利用坐标转换推导凸角型滚刀所加工出齿轮的齿形曲线方程。通过 VB 对 AutoCAD 的二次开发,精确模拟出被加工齿轮齿形曲线。通过分析该齿形曲线与凸角部分的几何构型之间的关系推导出确定被加工齿轮根切量的计算式,对进行滚刀设计和被加工齿轮齿根强度分析具有积极意义。

关键词: 凸角型滚刀; 齿轮加工; 根切量; VB; AutoCAD 二次开发

中图分类号: TH132.413

文献标志码: A

文章编号: 1007-4414(2013)01-0044-04

The analysis of undercut value of machined gear based on protuberance type hob

Xu Rui, Wang Lie-long, Hu Chang-jun

(Department of mechanical and electronic engineering, Chizhou College, Chizhou Anhui 247000, China)

Abstract: The features of tooth profiles of protuberance type hobs are discussed. Based on principle of hobbing, the tooth profile equations of gear machined by protuberance type hobs are derived through coordinate conversion. The profile curves of machined gear is drawn accurately with the secondary development of AutoCAD by using VB. Through analysis of relation between the profile curves and geometric structure of protuberance part, the calculation formula of undercut value is derived, which paves the way for the study of hob designing and analysis of tooth root intensity of machined gear.

Key words: protuberance type hob; gear machining; undercut value; VB; secondary development of AutoCAD

1 引 言

目前,在渐开线齿轮制造行业中滚齿是一种应用广泛的粗加工工艺。为防止后续精加工刀具的齿尖与被加工齿轮的齿根发生干涉等问题,在加工粗滚齿轮时,一般采用凸角型剃(磨)前滚刀进行预切来产生一定的根切^[1-2]。根切量的大小是影响被加工齿轮使用性能的重要指标。根切量太小会导致被加工齿轮齿根出现台阶,形成应力集中;根切量太大,则会造成被加工齿轮齿根过度根切,影响齿轮的弯曲疲劳强度。因此,研究被加工齿轮的根切量大小具有积极的现实意义。

笔者以凸角型滚刀为研究对象,通过分析其齿形特点,对被加工齿轮的齿形曲线方程进行了复杂的推导和齿形曲线的精确绘制,探讨凸角部分参数与被加工齿轮根切量的对应关系。

2 凸角型滚刀的齿形特点

凸角型滚刀根据凸角的具体几何结构可分为相交型和相切型凸角滚刀^[3-4]。现分别对这两种滚刀齿形特点进行分析。

2.1 相交型凸角滚刀齿形特点

若不考虑修缘部分,相交型凸角滚刀的齿形由五部分组成:直线 AB 为主切削刃,直线 AD 为过渡刃,

直线 DC 为凸角平行部分,圆弧 CE 为刀顶圆弧,直线 EF 为刀顶刃。其中,C 是 EC 与 DC 的切点,D 点是 AD 与 CD 的交点,A 点是 AB 与 AD 的交点,见图 1。

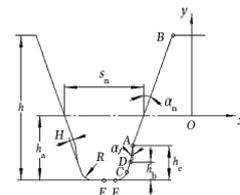


图 1 相交型凸角滚刀齿形

根据凸角部分的几何关系可知,凸角部分各参数的关系为:

$$h_c = h_b + \frac{H \cos \alpha_f}{\sin(\alpha_n - \alpha_f)} \quad (1)$$

式中: h_b 为滚刀凸角突出部分长度; h_c 为滚刀凸角长度; H 为滚刀凸角高度; α_n 为滚刀法向压力角; α_f 为滚刀过渡刃齿形角。

2.2 相切型凸角滚刀齿形建模

相切型凸角滚刀的齿形由五部分组成:直线 AB 为主切削刃,直线 AC 为过渡刃,圆弧 CE 为刀顶圆弧,直线 EF 为刀顶刃。其中,C 是 CE 与 AC 的切点,A 点是 AB 与 AC 的交点,如图 2 所示。

* 收稿日期:2013-01-07

作者简介:徐 锐(1985-),男,湖北仙桃人,助教,硕士,研究方向:齿轮传动及加工。

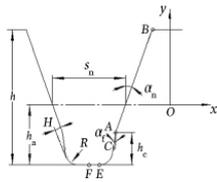


图 2 相切型凸角滚刀齿形

根据凸角部分的几何关系可知,凸角部分各个参数的关系为:

$$h_c = R \left(1 - \frac{\cos\alpha_f - \cos\alpha_n}{\sin(\alpha_n - \alpha_f)} \right) + \frac{H\cos\alpha_f}{\sin(\alpha_n - \alpha_f)} \quad (2)$$

3 凸角型滚刀的齿形建模

3.1 相交型凸角滚刀齿形模型

建立如图 1 所示的坐标系,并根据相应参数建立滚刀齿形模型,例如:主切削刃 AB:

$$\begin{cases} x = \lambda_{AB} \\ y = y_A + (\lambda_{AB} - x_A) \cot\alpha_n \end{cases} \quad (x_A \leq \lambda_{AB} \leq x_B) \quad (3)$$

$$\begin{cases} x_A = (h_c - h_a) \tan\alpha_n - \frac{s_n}{2} \\ y_A = h_c - h_a \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x_B = (h_d - h_a) \tan\alpha_n - \frac{s_n}{2} \\ y_B = h_d - h_a \end{cases} \quad (5)$$

刀顶圆弧 CE:

$$\begin{cases} x = R \left[\cos\theta - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha_n\right) \right] + (h_c - h_b - h_a) \times \tan\alpha_n - (h_c - h_b) \tan\alpha_f \frac{s_n}{2} \\ y = R(1 - \sin\theta) - h_a \quad \left(\alpha_n \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (6)$$

式中: h_a 为滚刀齿顶高; h 为滚刀全齿高; s_n 为滚刀法向齿厚; R 为滚刀齿顶刃圆弧半径; α_n 为滚刀法向压力角; α_f 为滚刀过渡刃齿形角。

3.2 相切型凸角滚刀齿形模型

建立如图 2 所示的坐标系,并根据相应参数建立滚刀齿形模型,例如过渡刃 AC:

$$\begin{cases} x = \lambda_{AC} \\ y = y_C + (\lambda_{AC} - x_C) \cot\alpha_n \end{cases} \quad (x_C \leq \lambda_{AC} \leq x_A) \quad (7)$$

$$\begin{cases} x_A = (h_c - h_a) \tan\alpha_n - \frac{s_n}{2} \\ y_A = h_c - h_a \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} x_C = R \left[\cos\alpha_f - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha_f\right) \right] (h_c - h_a) \times \tan\alpha_n - h_c \tan\alpha_f \frac{s_n}{2} \\ y_C = R(1 - \sin\alpha_f) - h_a \end{cases} \quad (9)$$

3.3 法向齿形模型和端面齿形模型之间的转化

图 1、2 中的滚刀齿形为法向齿形,在研究滚刀与齿轮的齿形关系时一般要将法向齿形参数方程转化为端面齿形方程,根据两者的关系转化公式表示为:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{x}{\cos\beta} \\ y_1 = y \end{cases} \quad (10)$$

式中: β 为齿轮的螺旋角。

4 被加工齿轮齿形方程推导

基于齿轮啮合原理,可得到滚刀与被加工齿轮齿形方程之间的关系^[5-6]:

$$\begin{cases} (x' \ y' \ 1)^T = M_{O'O} \times (x \ y \ 1)^T \\ \varphi r' = x + y \frac{dx}{dy} \end{cases} \quad (11)$$

式中: $M_{O'O}$ 为转化矩阵,其值为:

$$M_{O'O} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & r'(\sin\varphi - \varphi\cos\varphi) \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & r'(\cos\varphi + \varphi\sin\varphi) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中: φ 为被加工齿轮坐标系相对于固定坐标系的转角; r' 为被加工齿轮啮合节圆半径。

将滚刀齿形方程代入式(11)中,即可得到该段齿形加工的齿形曲线方程,例如主切削刃 AB 加工的齿形方程为:

$$\begin{cases} (x' \ y' \ 1)^T_{AB} = M_{O'O} \times (x \ y \ 1)^T_{AB} \\ \varphi r' = x + y \cot\alpha_n \cos\beta \end{cases} \quad (13)$$

5 被加工齿轮齿形曲线的绘制

AutoCAD 是目前计算机上使用最为广泛的 CAD 工具,其具有强大的绘图功能,内部运算精度高、速度快,而且能提供可供二次开发的接口^[7]。在 AutoCAD 平台下,利用 VB 编程,并结合 ActiveX 二次开发技术,就可以实现各段曲线的绘制。考虑到滚刀滚切出的曲线并不完全是齿轮齿形曲线,在绘制过程中可以通过将多余曲线截断的方式来显示真实的被加工齿轮齿形曲线。被加工齿轮齿形曲线绘制过程如下。

(1) 在 VB 环境下,建立滚刀和被加工齿轮齿形的数学模型,并按照一定取值步长,得到曲线上的离散点坐标值。

(2) 基于 AutoCAD 二次开发接口,利用 VB 编程调用 AutoCAD 样条曲线连接离散点,实现滚刀滚切曲线的绘制。部分程序如下:

```
Set acadApp = GetObject(, "AutoCAD.Application") // 给 AutoCAD 变量赋值
Set splineObj = acadApp.ActiveDocument.ModelSpace.AddSpline(p1, startTan, endTan) // 绘制第一条曲线
```

Set spline2Obj = acadApp.ActiveDocument.Mod-
elSpace.AddSpline(p2,startTan,endTan) //绘制第二
条曲线

(3) 利用 VB 编程调用 AutoCAD 内部获取两曲
线交点的函数来求解可能相交的两曲线的交点,以此
来实现对未造型曲线的截断,从而绘制出被加工齿轮
的真实曲线。部分程序如下:

```
Dim intPoints1to2 As Variant //定义曲线 1、曲线 2  
交点
```

```
Dim intPoints1to3 As Variant //定义曲线 1、曲线 3  
交点
```

```
Dim intP(0 to 2) As Double '获取的最终交点坐  
标数组
```

```
intPoints1to2 = spline1Obj.Intersect With  
(spline2Obj, ac Extend None) //获取曲线 1、曲线 2  
交点
```

```
intPoints1to3 = spline1Obj.Intersect With  
(spline3Obj, ac Extend None) //获取曲线 1、曲线 3  
交点 //获取最终的交点
```

```
If (UBound(intPoints1to2) > 0) Then  
intP(0) = intPoints1to2(0): intP(1) = int  
Points1to2(1): intP(2) = intPoints1to2(2)
```

```
Else  
intP(0) = intPoints1to3(0): intP(1) = in-  
tPoints1to3(1): intP(2) = intPoints1to3(2)
```

```
End If
```

6 根切量计算分析

根切量 Δ 指的是公法线上过渡曲线与剃(磨)后
渐开线的最大距离,如图 3 所示^[8]。

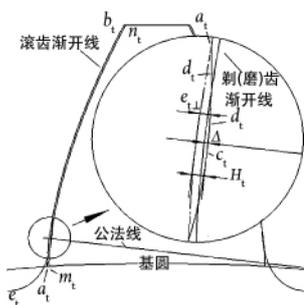


图 3 根切量关系图

6.1 根切量的关系式分析

由于斜齿轮端面的渐开线是由滚刀的端面齿形
展成而来,为了分析方便将法向齿形转化为端面齿
形,如图 4 所示。

通过前面的转化关系可知,滚刀法向齿形的直
线部分在端面上仍然是直线,而法向齿形圆弧 CE 变
成了椭圆弧 C_1E_1 。图 1 中法向齿形的角度参数 α_n 和

α_t 、凸角高度参数 H 以及法向齿厚参数 s_n 也转化
为图 4 中的端面参数 α_t, α_n, H_t 和 s_t 。

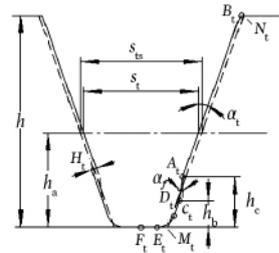


图 4 凸角滚刀端面齿形

分析滚刀各切削刃形成的被加工齿轮的齿形
曲线可知,滚刀端面主切削刃 A_1B_1 和凸角部分形成
的曲线分别为图中的渐开线 a_1b_1 和过渡曲线 a_1e_1 。如
果假设该滚刀是普通类型即无凸角滚刀,那么主切削
刃 A_1B_1 长度就会增加至与滚刀齿顶圆弧相连,而形
成的渐开线也会变成 a'_1b_1 (即在原渐开线长度上增
加了图 3 中点划线所示的 a'_1a_1 段),即被加工齿轮此
时没有发生根切。而剃(磨)齿渐开线 m_1n_1 可以看
成是一平行于滚刀主切削刃 A_1B_1 的切削刃 M_1N_1 利
用展成原理加工而成。

根据齿条与齿轮啮合关系^[5,6,9],端面齿形上
 A_1B_1 与切削刃 M_1N_1 的距离即为滚齿渐开线 a'_1b_1 和
剃(磨)齿渐开线 m_1n_1 在公法线方向的距离 $e_{t\perp}$,那么
该距离的大小为:

$$e_{t\perp} = e_t \cos \alpha_t = \frac{s_{ts} - s_t}{2} \cos \alpha_t$$

$$= \frac{s_{ns} - s_n}{2 \cos \beta} \cos \alpha_t = \frac{e_s}{\cos \beta} \cos \alpha_t \quad (14)$$

式中: e_s 为被加工齿轮留剃(磨)量; s_{ns} 为滚刀法向
齿形齿厚; s_{ts} 为滚刀端面齿形齿厚。

依据前面对凸角型滚刀齿形特点的分析,过渡
刃 A_1D_1 与主切削刃 A_1B_1 相交,两者交点为 D_1 ; 凸角
部分直线段 C_1D_1 与主切削刃 A_1B_1 相互平行。根据齿
轮啮合原理和绘制出的齿轮齿形曲线,过渡曲线是由
过渡刃 A_1D_1 形成的副渐开线、交点 D_1 形成的延伸
渐开线以及凸角部分直线段 C_1D_1 形成的与 a'_1a_1 等
距的渐开线 c_1d_1 三者共同形成。从图 3 中可以看出,
交点 D_1 形成的延伸渐开线在根切点以下逐渐远离
渐开线 a'_1a_1 ,而齿顶圆弧 C_1E_1 形成的曲线 c_1e_1 逐
渐靠近,渐开线 a'_1a_1 ,因此, C_1D_1 形成的渐开线
 c_1d_1 与渐开线 a'_1a_1 在公法线上的距离 H_t 为最大,
其大小为:

$$H_t = \frac{H}{\cos \alpha_n \cos \beta} \cdot \cos \alpha_t = \frac{H}{\cos \alpha_n \cos \beta} \cos \alpha_t \quad (15)$$

通过上面的分析可知,公法线上过渡曲线与剃
(磨)后渐开线的最大距离,即根切量 Δ 的大小为:

$$\begin{aligned} \Delta &= H_1 - e_1 = \frac{H}{\cos\alpha_n \cos\beta} \cos\alpha_1 - \frac{e_s}{\cos\beta} \cos\alpha_1 \\ &= [H \sec\alpha_n - e_s] \sec\beta \cos\alpha_1 \\ &= [H \sec\alpha_n - e_s] \sec\beta \cos(\arctan(\tan\alpha_n \sec\beta)) \end{aligned} \quad (16)$$

由上式可知 根切量取决于滚刀凸角高度 H 、留剃(磨)量 e_s 、滚刀法向压力角 α_n 和被加工齿轮的螺旋角 β 。

6.2 齿形绘制及根切量求解实例

已知滚刀齿形参数和被加工齿轮基本参数分别如表 1、2 所列。

表 1 滚刀法向齿形参数

参数名称	大小	参数名称	大小
法向模数 m_n	1.75	齿顶高 h_a	2.374
法向压力角 α_n	20°	全齿高 h	4.69
过渡刃齿形角 α_f	15°	法向齿厚 s_n	2.508
突出部分长度 h_b	0.349	齿顶圆半径 R	0.5
凸角长度 h_c	0.77	凸角高度 H	0.038

表 2 被加工齿轮参数

参数名称	大小	参数名称	大小
法向模数 m_n	1.75	顶圆直径 d_a	69.4 ^{-0.02} _{-0.12}
法向压力角 α_n	20°	根圆直径 d_f	60.4 ⁰ _{-0.3}
齿数 z	37	跨齿距(滚) /5	24.4 ⁰ _{-0.02}
螺旋角 β	5°	跨齿距(精) /5	24.35 ⁰ _{-0.02}

通过表 2 给出的被加工齿轮滚齿和精加工的跨齿距,可以计算出对应的齿形齿厚,从而得到留剃(磨)量。将留剃(磨)量和所给的其他参数的数值代入式(16),即可算出根切量的大小。表 3 为采用不同跨齿距得到的根切量。

表 3 被加工齿轮参数

跨齿距(滚) /5	跨齿距(精) /5	留剃(磨)量 e_s	根切量计算值
24.38	24.35	0.016	0.023
24.40	24.35	0.027	0.013
24.38	24.33	0.027	0.013
24.40	24.33	0.037	0.003

将滚刀参数和被加工参数输入齿形绘制程序中,运行程序绘制出的被加工齿轮齿形如图 5 所示。

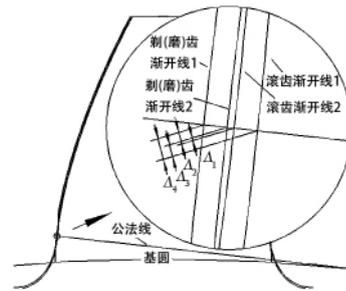


图 5 程序运行结果

图 5 中 Δ_1 Δ_2 Δ_3 Δ_4 分别为表 2 对应的四种情况。通过在齿形图中利用 AutoCAD 测量功能可以测得相应根切量的具体值。实际测得值与表中计算值基本吻合,证明了根切量关系式的可行性和正确性。

7 结论

通过对凸角型滚刀的齿形特点分析,推导了凸角型滚刀各段齿形对应的被加工齿轮齿形曲线,并利用 AutoCAD 的二次开发,实现了被加工齿轮齿形曲线的精确绘制。结合凸角滚刀的齿形特点和绘制出的齿形曲线,推导出被加工齿轮根切量的关系式,从该关系可以看出,根切量取决于滚刀凸角高度 H 、留剃(磨)量 e_s 、滚刀法向压力角 α_n 和被加工齿轮的螺旋角 β 。上述研究对进行滚刀设计和被加工齿轮齿根强度分析具有一定的参考价值。

参考文献:

- [1] 王 军,王孔徐,周彦伟,等. 齿轮磨前滚刀的齿形研究[J]. 工具技术,1994,28(8): 2-5.
- [2] 黄志军. 滚刀齿顶触角设计及对齿根强度的影响[J]. 现代制造工程,2002(2): 22-23.
- [3] JB/T 4103-1994. 剃前齿轮滚刀[S].
- [4] JB/T 7968.1-1999 磨前齿轮滚刀[S].
- [5] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 北京: 机械工业出版社,1982.
- [6] F. L. Litvin, A. Fuentes. Gear geometry and applied theory[M]. Seconded. New York: Cambridge university press, 2004.
- [7] 李长勋. AutoCAD ActiveX 二次开发技术[M]. 北京: 国防工业出版社,2005.
- [8] 袁哲俊,刘华明. 刀具手册[M]. 北京: 机械工业出版社,1999.
- [9] 孙 桓,陈作模. 机械原理[M]. 北京: 高等教育出版社,2006.