# 事故预测 GM(1,1) 模型的 Excel 求解

# 李杰

(首都经济贸易大学安全与环境工程学院,北京100070)

摘要:GM(1,1)在事故预测上得到了广泛的运用,而GM(1,1)复杂繁琐的计算对于一线的安全管理人员来说使用起来具有一定的难度。而对于一线安全管理人员来讲,EXCEL进行数据管理和分析相对熟悉。为此,使用EXCEL求解GM(1,1)在一线安全管理人员当中成为可能。该文通过实例对GM(1,1)问题进行了求解,并对计算结果进行了验证,说明使用EXCEL能够精确的求解GM(1,1,)模型。

关键词:事故预测;灰色预测;GM(1,1)

中图分类号: TP3 文献标识码: A 文章编号: 1009-3044(2013)01-0052-04

#### Application of Excel to Solve the G(1,1) Model of Accident Prediction

LI lie

(School of Safety and Environmental Engineering, Capital University of Economics and Business, Beijing 100070, China)

**Abstract:** GM (1,1) has been widely used in the accident prediction, complicated calculation of GM (1,1) for ordinary security management was very difficult for general safety in terms of the management staff, while excel data management and analysis is relatively familiar. To do this, Use the EXCEL that was possible to solving GM (1,1) in ordinary security management officers. This article gave an example of GM (1, 1) problem and solved, and the results was verified. Results show that EXCEL could accurately solve the GM (1,1) model.

Key words: Accident Prediction; gray prediction; GM (1,1)

#### 1 概述

灰色系统理论(grey theory)是我国学者邓聚龙教授于1982年首先提出来的一种处理不全信息的理论方法。历经20多年的发展,灰色理论已经基本建立起一门新兴学科的体系结构。灰色模型即使只有较少的历史数据,任意随机分布,也能较好的预测精度。因而近20多年来受到国内外学者的广泛关注,不论在理论研究上还是在应用研究上都取得了很大的进展。随着科学的进步,以及其他关联学科的发展,灰色理论与其他关联学科的发展越来越紧密,并得到进一步的发展。灰色预测法灰色预测法(grey model)是一种对含有不确定因素的系统进行预测的方法,而安全系统是一个多因素、多层次、多目标的相互联系、相互制约的复杂系统,其运行过程是由许多错综复杂的关系所组成的灰色动态过程,具有明显的灰色性质,使用灰色预测很有必要问。灰色预测的GM(1,1)模型中G代表Grey(灰色),M代表Model(模型),1代表一阶方程,另一个1代表1个变量的。

目前,灰色预测的GM(1,1)模型在安全领域得到了广泛的应用,涉及火灾事故、交通事故、船舶以及煤矿事故等方面。而对模型的求解上可以使用手工计算,也可以使用Mat lab等软件编程完成。但是对于一线的安全工作人员手工求解往往工作量大,甚至更容易出现计算错误。计算机编程求解对一线人员来说更加困难,使用不是很现实。EXCEL目前在各个行业广泛的使用,即使是一般的工作人员 excel 也是日常工作之必须。那么对于一线安全管理人员或者相关人员使用 excel 进行 GM(1,1)模型求解成为可能。在此背景下,笔者通过具体事例详细地介绍了用 Excel 求解 GM(1,1)的一般过程。,以期对广大安全工作人员提供帮助。

#### 2 Excel 求解 GM(1.1)的举例

为了便于读者理解,该文的例子基于文献[2],基础数据如表1。

按照文献[3]中的步骤使用EXCEL建立GM(1,1)模型并计算:

首先在 sheet1 中按照图 1 输入数据,在预测之前需要按照预测要求验证原始数据的级比是否在要求的范围内。选择一个空白单元格输入"=EXP(-2/6)、=EXP(2/6)"即可确定上下界范围。然后求原始的级比,在 C5 中输入"=B5/B4"然后下拉填充即可。级比结果计算在要求的范围内,因此可以进一步对数据进行预测处理,需要注意的是如果数据不满足要求,则需要对数据进行开方等运

收稿日期:2012-12-14

作者简介:李杰(1987-),男,首都经济贸易大学在读研究生。

表1 我国某产业部年千人负伤率的统计数据

年代代号	1	2	3	4	5
负伤率	5.77	5.05	4.20	3.43	2.97

算,使其满足条件后再进行预测,此步骤也可在EXCEL中完成(结果参见图1)。

	A	В	C
1 2	范围	0. 716531311 1. 395612425	
2	年代代号	负伤率	级比
4	1	5. 77	
5	2	5.05	0.88
6	3	4. 2	0.83
7	4	3. 43	0.82
8	5	2, 97	0, 87

图1 数据级比计算和检验

在可以进行数据预测以后,在 sheet2 中建立如图 2 的表格,并生成一次累加数据序列。具体方法是在 C3 中输入"=B3+C2"然后下拉填充即可获得"一次累加数列 X(1)"。在 D2 中输入"=-1/2\*(C2+C3)"并向下填充得到 B值,为了得到 B<sup>T</sup>只需要复制 B,然后在点击 B11,右击鼠标选择粘贴方式的"选择性粘贴一转置"即可。为了计算发展系数 a 和灰色作用量 b,参照文献[2]中的公式需要求解(B<sup>T</sup>B)<sup>-1</sup>B<sup>T</sup>。此时需要用到两个 Excel 的函数,即矩阵的乘法和求逆。在 EXCEL 中的矩阵求乘函数为 MMULT 函数,求逆函数为 MINVERSE。结合这两个函数就能联合求得(B<sup>T</sup>B)<sup>-1</sup>B<sup>T</sup>的值。

这时首先要确定运算结果矩阵是几行几列的,这是一个非常重要的步骤。确定了运算结果的矩阵的行列后选择对应的单元格即可。本例中由于运算结果的矩阵是2×4的,因此在运算前首先选中单元格区域是C14:E15。然后在菜单栏下面的函数输入窗口输入"=MMULT(MINVERSE(MMULT(B11:E12,D2:E5)),B11:E12)"然后同时按下Shift+Ctrl再按下Enter即可计算出(BTB)-BT的结果(参见图3)。

al	A	В	С	D	E	F	G	Н	I	J	K
1	年代代号	负伤率	一次累加X (1)		В	预测值准备x (1) (k+1)	k	预测值x <sup>(0)</sup> (k+1)=x <sup>(1)</sup> (k+1)-x <sup>(1)</sup> (k)	残差x <sup>(0)</sup> (k)-x <sup>(0)</sup> (k)	e (0) (k) -e (0) (k)	判断
2	1	5.7700	5.7700	-8.2950	1.0000		0.0000				
3	2	5.0500	10.8200	-12.9200	1.0000		1.0000				
4	3	4.2000	15.0200	-16.7350	1.0000		2.0000				
5	4	3.4300	18.4500	-19.9350	1.0000		3.0000				
6	5	2.9700	21,4200				4.0000				

图2 计算X<sup>(1)</sup>以及B值

d	A	В	C	D	E	
1	年代代号	负伤率	一次累加X (1)	В		
2	1	5.7700	5.7700	-8.2950	1.0000	
3	2	5.0500	10.8200	-12.9200	1.0000	
4	3	4.2000	15.0200	-16.7350	1.0000	
5	4	3.4300	18.4500	-19.9350	1.0000	
6	5	2.9700	21.4200			
8						
9	BT (2×4)	-8.2950	-12.9200	-16.7350	-19.9350	
10 11	DI (E	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	
12						
13	$(B^{T}B)^{-1}B^{T}$	0.0818	0.0205	-0.0300	-0.0723	
14		1.4334	0.5472	-0.1837	-0.7968	

图 3 选中 B 值得单元格,选择性粘贴选择"转置"得到 BT,并计算(BTB) TBT的值

计算得到( $B^TB$ )<sup>-</sup>' $B^T$ 后需要与矩阵 Y 相乘,矩阵 Y 为单元格 B3: B6的数据。此时需要计算的是( $B^TB$ )<sup>-</sup>' $B^T$ Y 的值,只需要再进行一次矩阵乘法即可。由于计算的结果矩阵是 2×1 的,因此选中 C17: C18,在 C7 中输入"=MMULT(B14:E15,B3:B6)"即可得到 a=0.1816, b=6.5399(具体参见图4)。

为了计算灰色微分方程对应的时间响应序列,则需要计算 $x^{(0)}(1)$ -(b/a)。在E17中输入"=C18/C17",G17中输入"=B2-E17"即可得到 $x^{(0)}(1)$ -(b/a)的值,那么就得到 $x^{(0)}(k+1)$ =-30.2503exp(-0.1816k)+36.0203.得到 $x^{(0)}(k+1)$ 后就可以进行预测了。在F3中输入"=\$G\$17\*EXP(-\$C\$17\*G3)+\$E\$17"并下拉填充得到 $x^{(0)}(k+1)(k=0,1,2,3,4)$ 。然后通过累减得到预测值,此时在H3中输入"=F3-F2"下拉填充即可。

对预测值计算结束后,为了验证模型的精度和可用性,需要对样本数据的标准差、残差的标准差、后验差比值以及小误差概率进行计算。首先计算样本标准差,在B8中输入"=STDEV(B2:B6)"即可得到样本的标准差为1.1465。B9中输入"=STDEV(I2:I6)"得到残差的标准差为0.0444。在D8中输入"=B9/B8"得到后验差比值为0.0387,参照文献[2]的要求初步可以确定模型的精度为"好"。为了使用小误差概率对模型进一步进行验证。首先对残差的均值进行计算,在H8中输入"=AVERAGE(I2:I6)"即可得到残差的均值为0.0065。在计算残差与均值的差值,在J2中输入"=I2-\$H\$8"并下拉填充得到所求序列。为判断落在规定区间的频率,在K2中输入条件函数"=IF(ABS(J2)<\$J\$8,"T","F")",若结果显示为"T"则属于落在区间的值,统计T值的个数得到p=1,证明模型精度为"好"可以进行预测。

· d	A	В	C	D	E	F	G
1	年代代号	负伤率	一次累加X (1)		В	预测值准备x <sup>(1)</sup> (k+1)	k
2	1	5.7700	5.7700	-8.2950	1.0000		0.0000
3	2	5.0500	10.8200	-12.9200	1.0000		1.0000
4	3	4.2000	15.0200	-16.7350	1.0000		2.0000
5	4	3.4300	18.4500	-19.9350	1.0000		3.0000
6	5	2.9700	21.4200		9,000000000		4.0000
7		CASCOPCIO SCANO	o nestestatores.				Newton Name
8							
9	BT (2×4)	-8.2950	-12.9200	-16.7350	-19.9350		
10	DI (2~4)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000		
11			000000000000000000000000000000000000000	400000000	1 10,000,000		
12							
13	/_T_ \ _1_T	0.0818	0.0205	-0.0300	-0.0723		
14	$(B^TB)^{-1}B^T$	1.4334	0.5472	-0.1837	-0.7968		
15		manuscrup.	CONTO PROJECTO	- M.JOHA (200)	0.0000000000000000000000000000000000000		
16							
17	A	a	0.1816	17	26 0000	(0)	20 0502
18	A	ь	6.5399	b/a	36.0203	x <sup>(0)</sup> (1)-(b/a)	-30.2503

图 4 发展系数和灰色作用量的计算

$\Delta$	A	В	C	D	Е	F	G	H	I	J	K
1	年代代号	负伤率	一次累加X (1)	В		预测值准备x (1) (k+1)	k	预测值 x <sup>(0)</sup> (k+1)=x <sup>(1)</sup> (k+1)- x <sup>(1)</sup> (k)	残差x <sup>(0)</sup> (k)- x <sup>(0)</sup> (k)	e <sup>(0)</sup> (k)- e <sup>(0)</sup> (k)	判断
2	1	5, 7700	5.7700	-8. 2950	1.0000	5.7700	0.0000	5. 7700	0.0000	-0.0065	Т
3	2	5.0500	10.8200	-12.9200	1.0000	10.7926	1.0000	5.0226	0.0274	0.0210	T
4	3	4.2000	15.0200	-16, 7350	1.0000	14. 9812	2.0000	4. 1887	0.0113	0.0049	Т
5	4	3.4300	18. 4500	-19, 9350	1.0000	18, 4744	3.0000	3. 4932	-0.0632	-0.0697	Т
5	5	2.9700	21.4200			21.3876	4.0000	2. 9132	0.0568	0.0503	Т
7 8 9	样本标准差 (S₁) 残差标准差 (S₂)	1.1465 0.0444	后验差比值 c=s₂/s₁	0.0387	小误差概率p	1,0000	残差平均值	0.0065	概率比较 0.6745s <sub>4</sub>	0, 7733	
0		-8. 2950	-12,9200	-16, 7350	-19.9350						
1 2 3	BT (2×4)	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000						
3	(EXCEPT EX CE	0.0818	0.0205	-0.0300	-0.0723						
4 5 6	(B <sup>T</sup> B) <sup>-1</sup> B <sup>T</sup>	1.4334	0.5472	−0. 1837	-0. 7968						
7 8		- a	0. 1816	b/a	36, 0203	(0) (1) (1)	-30, 2503				
8	A	ь	6, 5399	D/ &	36, 0203	x <sup>(0)</sup> (1)-(b/a)	-30, 2503				

图 5 模型的检验

为了更好的显示预测结果,建立如图6所示的表格。B21中输入"=\$G\$17\*EXP(-\$C\$17\*A21)+\$E\$17"并下拉计算x(k+1)到序号10,在通过累减(C22中输入"=B22-B21"下拉)得到预测值,在实际值单元格中输入5个实际值数据。之后按下Ctrl同时选中序号列、预测值列和实际值列,选择插入"折线图"后得到图6中的预测值与实际值的比较曲线(折线图生成以后还需要对图形中线性、字号适当的修改)。

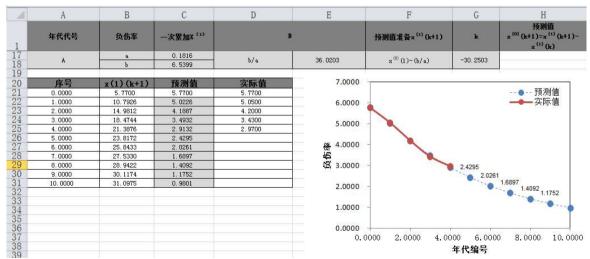


图 6 预测结果的显示

## 3 EXCEL建立的 GM(1,1)模型的检验

为了说明 EXCEL求解的模型是正确的,通过南京航空航天大学灰色系统研究所开发的软件以及文献[1]中给出的结果进行比较如图 7~图 9,结果说明用 EXCEL 建模所得的结果与专业的灰色预测软件得到的结果一致,计算结果可靠。

#### 4 结束语

通过 EXCEL 对 GM(1,1)模型的求解,说明 Excel 不仅能够很好的求解灰色预测模型,而且能够方便的绘制预测结果图形,为预测者提供很大的帮助。此外,鉴于 EXCEL 使用的广泛性,通常情况下都会使用其对数据进行管理,而进一步借助其对数据的分析功



图7 灰色系统理论建模软件(GTMS3.0)

表 5 千人负伤率的预测结果

年代序号	原始序列 (x <sup>(0)</sup> (i))	预测序列 (記(1))
1	5.77	5.77
2	5.049	5.0269
3	4. 2	4. 1950
4	3. 427	3. 5015
5	2. 971	2. 9235
6		2. 4418
7		2. 0404
8		1.7059
9		1. 4273
10		1.1953

图8 文献[1]预测结果

18	预测值
	5. 7700
	5. 0226
	4. 1887
	3. 4932
	2. 9132
	2. 4295
	2. 0261
	1. 6897
	1. 4092
	1. 1752

图 9 EXCEL计算得到的结果

能会达到事半功倍的效果。

注:基于EXCEL进行GM(1,1)建模的源文件请于http://bbs.sciencenet.cn/blog-554179-636933.html下载。

### 参考文献:

- [1] 郑小平,高金吉,刘梦婷.事故预测理论与方法[M].北京:清华大学出版社,2009.
- [2] 赵云胜.事故伤亡率的灰色预测[J].地球科学,1992(2):223-229.
- [3] 刘思峰.灰色系统理论及其应用[M].北京:科学出版社,2010.