

带高斯变异的人工萤火虫优化算法*

莫愿斌, 刘付永, 张宇楠
(广西民族大学 理学院, 南宁 530006)

摘要: 针对基本萤火虫优化算法在求解函数全局最优值时的不足, 提出了一种带高斯变异的人工萤火虫优化算法。该算法在萤火虫的移动过程中, 应用了高斯变异策略, 从而在一定程度上避免了算法陷入局部最优, 且能获得精度更高的解。通过对六个标准测试函数进行测试, 结果表明, 改进后的人工萤火虫算法比基本萤火虫优化算法有更高的收敛速度、求解精度和收敛成功率。

关键词: 人工萤火虫算法; 高斯变异; 函数优化

中图分类号: TP183; TP301.6 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2013)01-0121-03
doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2013.01.029

Artificial glowworm swarm optimization algorithm with Gauss mutation

MO Yuan-bin, LIU Fu-yong, ZHANG Yu-nan

(School of Science, Guangxi University for Nationalities, Nanning 530006, China)

Abstract: According to the basic glowworm swarm optimization algorithm problems in solving the function of global optimal value, the paper put forward an artificial glowworm swarm optimization algorithm with Gauss mutation. The algorithm used a Gauss mutation strategy in the firefly mobile process, to prevent the algorithm into a local optimum in a certain extent, and obtained a more accurate solution. Finally, the test results of six standard test functions show that, the improved algorithm has higher convergence speed, solution precision and convergence rate of success than the basic GSO algorithm.

Key words: glowworm swarm optimization (GSO); Gauss mutation; function optimization

人工萤火虫群优化算法(GSO)是由 Krishnanand 等人于 2005 年模拟自然界萤火虫求偶或觅食行为而提出的一种新的群智能算法^[1,2]。该算法近年来在计算智能领域引起了人们极大的关注并逐渐成为该领域一个新的研究热点, 该算法已经成功应用于传感器的噪声测试^[3]和模拟机器人^[4]等。该算法的优势在于捕捉极值域速度快、捕捉效率高、具有较强的通用性等优点, 但也存在着易陷入局部最优、收敛速度慢、求解精度低和收敛成功率低等问题。本文针对基本萤火虫算法的不足提出了一种带高斯变异的萤火虫群优化算法(glowworm swarm optimization with Gauss mutation, GMGSO)。仿真实验结果表明, 改进后的萤火虫算法有效防止了算法过早陷入局部最优值, 其收敛速度、求解精度和收敛成功率等远优于基本的萤火虫算法。

1 基本的萤火虫算法

在基本萤火虫算法中, 随机在目标函数的解空间当中初始化一群萤火虫, 每一只萤火虫都携带有初始值相同的萤光素, 拥有各自的决策域。在萤火虫的运动当中, 每一只萤火虫以一定的概率向其邻居萤火虫前进。萤火虫 j 要成为萤火虫 i 的邻居, 萤火虫必须满足 j 在 i 的决策域之内并且 j 的萤光素值要高于 i 。萤光素的强度大小与萤火虫所在位置上的目标函数值有关。萤光素的强度越高, 代表萤火虫所在的位置越好, 即有较优的目标函数值。通过萤火虫群的不断运动, 较多的萤火虫

最后会聚集在适应度值较高的萤火虫周围。

在 GSO 中, 每一次迭代都由如下两个阶段组成:

a) 萤光素更新阶段。在此阶段中每一只萤火虫都按式 (1) 更新萤光素:

$$l_i(t) = (1 - \rho) l_i(t-1) + \gamma J(x_i(t)) \quad (1)$$

其中: $l_i(t)$ 为第 t 代第 i 个萤火虫的萤光素值; $\rho \in (0, 1)$ 为控制萤光素值的参数; γ 为评价函数值的参数; $J(x)$ 为适应度评价函数。

b) 萤火虫运动阶段。在此阶段当中, 萤火虫 i 以一定的概率选择邻域范围内的萤火虫 j 并朝其运动, 概率选择公式如式 (2) 所示。萤火虫 i 下一时刻的位置由式 (3) 确定, 在运动阶段最后进行决策域范围的更新, 用式 (4) 进行。

路径概率选择式:

$$p_{ij}(t) = \frac{l_j(t) - l_i(t)}{\sum_{k \in N_i(t)} l_k(t) - l_i(t)} \quad (2)$$

位置更新式:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + s \times \left(\frac{x_j(t) - x_i(t)}{\|x_j(t) - x_i(t)\|} \right) \quad (3)$$

其中: $x_i(t) \in R^m$ 表示萤火虫 i 在 m 维实数空间的位置; $\| \cdot \|$ 表示标准欧几里德距离运算符; $s (> 0)$ 表示移动步长。

决策域半径更新式:

$$r_i^j(t+1) = \min\{r_s, \max\{0, r_i^j(t) + \beta(n_i - 1)N_i(t)\}\} \quad (4)$$

其中: β 是一个比例常数; n_i 是控制邻域范围内邻居萤火虫个

收稿日期: 2012-06-15; 修回日期: 2012-07-26 基金项目: 中国博士后基金资助项目(2012M511711); 广西教育厅资助项目(201204LX082); 广西民族大学资助项目(2011MDYB030)

作者简介: 莫愿斌(1969-), 男(侗族), 广西柳州人, 副教授, 博士, 主要研究方向为智能信息处理与应用(moyuanbing@263.net); 刘付永(1984-), 男, 河南南阳人, 硕士, 主要研究方向为计算智能; 张宇楠(1987-), 女, 黑龙江大庆人, 硕士, 主要研究方向为计算智能。

数的参数; $|N_i(t)|$ 是萤火虫邻域内邻居萤火虫的个数。

表 1 GSO 算法参数设置

ρ	γ	β	n_i	l_0	s
0.4	0.6	0.08	5	5	0.3

GSO 算法的初始参数常用设置如表 1 所示,其中 l_0 为初始荧光素值。另外 r_d 为初始决策域半径,由目标函数解空间的标准欧几里德范数确定(通常取 $r_d = \frac{2}{3} \times \parallel \text{解空间} \parallel$); m 为目标函数解空间的维数;步长 s 可以根据需要变动。

2 带高斯变异的萤火虫算法

2.1 高斯变异策略

高斯分布是一类在数学、物理及工程等领域都非常重要的概率分布,在统计学的许多方面有着重大的影响力。正态分布具有很多良好的性质,在自然界中很多随机因素和影响都可以近似地用正态分布来描述,许多概率分布可以用它来近似或导出。高斯变异^[5]就是在原有个体的状态上加一个服从高斯分布的随机向量。定义式如下:

$$X_i = X_i \times [1 + k \times N(0, 1)] \quad (5)$$

其中: X_i 是第 i 个个体的状态; k 为 1 到 0 之间递减的变量; $N(0, 1)$ 为服从均值为 0 方差为 1 的高斯分布的随机向量。

式(5)是在 X_i 的基础上增加了递减型高斯分布随机扰动项 $X_i \times k \times N(0, 1)$,这样就充分利用当前种群的已知信息进行扰动,增加了种群状态的多样性,有利于跳出局部极值点进行全局搜索,同时也提高了搜索速度。

2.2 GMGSO 算法的高斯变异描述

在算法迭代时,当一部分人工萤火虫在局部极值点出现较严重聚集情况时,基本 GSO 算法收敛速度将大大减慢,甚至有时也会陷入局部极值,这时用历史最优萤火虫的状态替换当前种群中最差萤火虫的状态得到中间种群状态,对中间种群的人工萤火虫的状态进行高斯变异。为判断随迭代次数增加搜索结果是否有改进,在算法中设立公告板来记录历史最优萤火虫的状态及目标函数值。当公告板上的目标函数值在连续三次迭代中都没有改变或变化很小($| \text{变化量} | < \mu$)时,将其看做算法陷入局部极值域,则进行变异操作。 μ 为控制高斯变异的参数,参数 μ 的取值越大,高斯变异的概率越高,收敛的速度也会越快,但每次变异又会增加计算量。因此 μ 的取值不宜过大或过小,一般选取 $10^{-4} \sim 10^{-6}$ 之间的数。

2.3 GMGSO 算法的实施步骤

GMGSO 算法的具体实施步骤如下:

- 初始化 $\rho, \gamma, \beta, s, l_0, n_i, m, r_d, T_{\max}, \mu$ 等参数,在问题的解空间中随机地初始化萤火虫群。其中高斯变异控制参数 μ 为 GMGSO 新增参数,其他参数设置与基本 GSO 算法相同。
- 计算初始萤火虫的目标函数值,初始化公告板。
- 对所有萤火虫按式(1)更新荧光素值。
- 进入运动阶段,求每只萤火虫的邻居萤火虫集合;用轮盘赌方法选择移动方向的萤火虫 j ,并用式(3)进行位置的更新;用式(4)对决策域半径进行更新。
- 计算当前萤火虫的目标函数值,若优于公告板信息,则更新公告板。
- 判断是否变异。若迭代次数大于 2,并且公告板上的目

标函数值在连续三次迭代中的变化都极小($| \text{变化量} | < \mu$),则执行 g);否则执行 h)。

g) 高斯变异。用历史最优萤火虫替换当前最差萤火虫形成中间种群,对中间种群的萤火虫按式(5)变异,计算当前萤火虫的目标函数值。若优于公告板信息,则更新公告板。

h) 完成一次迭代,判断是否满足结束条件(达到最大迭代次数 T_{\max})。若满足,退出迭代,输出结果;否则执行 c),进入下一次迭代。

3 GMGSO 算法性能测试

3.1 实验测试函数

为了验证 GMGSO 算法的收敛率、收敛速度、求解精度等性能优于 GSO 算法,采用了六个标准测试函数^[6,7]进行对比测试。测试函数的参数如表 2 所示,测试函数如下:

$$f_1 = (x_1^2 + x_2^2)^{\frac{1}{4}} \sin^2 [50(x_1^2 + x_2^2)^{\frac{1}{10}} + 1]$$

$$f_2 = 4 + 4.5x_1 - 4x_2 + x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1^4 - 2x_1^2x_2$$

$$f_3 = 4x_1^2 - 2x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4, f_4 = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$f_5 = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1, f_6 = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$$

表 2 测试函数的参数

函数	维数	搜索范围	最优值	函数	维数	搜索范围	最优值
f_1	2	[-100, 100]	0	f_4	10	[-100, 100]	0
f_2	2	[-100, 100]	-0.5134	f_5	10	[-100, 100]	0
f_3	2	[-100, 100]	-1.031628	f_6	10	[-10, 10]	0

3.2 实验参数设置

在 GMGSO 和 GSO 算法中,对六个函数的测试萤火虫的个数都取 100 个,最大迭代次数 T_{\max} 分别取 400 和 1000 次,其他参数设置如表 3 所示。

表 3 实验参数设置

ρ	γ	β	n_i	l_0	μ	s
0.4	0.6	0.08	5	5	10^{-4}	0.3

3.3 实验结果与分析

实验对每个标准测试函数进行了 20 次独立运算,通过两种算法在收敛迭代次数、收敛率、求解精度和收敛曲线四个方面的对比来测试本文算法的有效性。这里的算法收敛是指在给定的精度 $\varepsilon = 10^{-5}$ 下,如果满足 $| \text{Value}_{\text{best}} - \text{Value} | < \varepsilon$,则认为算法收敛,否则不收敛。其中, $\text{Value}_{\text{best}}$ 为求得的最优解, Value 为理论最优解。

通过与基本 GSO 算法的对比,从表 4 可以看出, GMGSO 算法收敛所需的最少迭代次数、最多迭代次数和平均迭代次数都要比 GSO 算法少,而收敛次数 GMGSO 比 GSO 要多。从表 5 可以看出, GMGSO 算法的求解精度比 GSO 算法有显著提高。对于比较复杂的函数 f_5 和 f_6 , GSO 算法求得的解与理论最优解偏差较大,而 GMGSO 算法却获得了偏差极小的解。因此, GMGSO 比 GSO 算法捕获最优解的效率和精度要高得多。

从收敛曲线图(图 1~6)可以看出, GMGSO 比 GSO 算法在函数优化方面收敛速度更快、求解精度更高, GMGSO 算法的稳定性和健壮性都要比 GSO 好。从图 5 和 6 可以看到, GSO 算法陷入了局部最优值,而 GMGSO 算法收敛到了全局最优值。

表 4 两种算法 20 次实验迭代次数和收敛率的对比

函数	算法	收敛所需的最少迭代次数	收敛所需的最大迭代次数	收敛所需的平均迭代次数	收敛率
f_1	GSO	1	51	20.55	20/20
	GMGSO	1	20	7.45	20/20
f_2	GSO	457	605	531.84	19/20
	GMGSO	49	272	140.55	20/20
f_3	GSO	209	951	540.67	9/20
	GMGSO	46	286	193.45	20/20
f_4	GSO	491	608	535.10	20/20
	GMGSO	56	117	87.90	20/20
f_5	GSO	-	-	-	0/20
	GMGSO	42	87	61.85	20/20
f_6	GSO	-	-	-	0/20
	GMGSO	352	352	352	1/20

表 5 两种算法 20 次实验最优解的对比

函数	算法	最优值	最差值	平均值
f_1	GSO	1.1436661e-011	2.70051296e-007	3.91198785e-008
	GMGSO	2.78622804e-015	1.41708905e-009	2.45729840e-010
f_2	GSO	-0.51340894	-0.39474040	-0.50747581
	GMGSO	-0.51340925	-0.51340070	-0.51340734
f_3	GSO	-1.03162785	-0.215426809	-0.89907995
	GMGSO	-1.03162843	-1.03162793	-1.03162824
f_4	GSO	5.55736866e-019	6.60992810e-011	5.25539250e-012
	GMGSO	2.17635575e-078	3.46268213e-055	1.88164936e-056
f_5	GSO	0.16891981	0.85941366	0.47593719
	GMGSO	4.92552598e-009	3.18340614e-007	1.24322606e-007
f_6	GSO	10.15470648	29.54348965	17.84910058
	GMGSO	9.12832544e-006	0.03208201	0.00838718

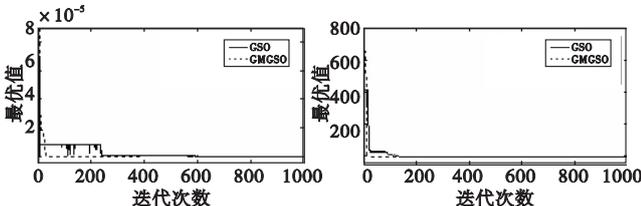


图 1 函数 f_1 收敛曲线对比

图 2 函数 f_2 收敛曲线对比

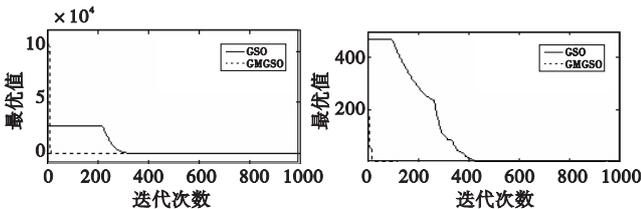


图 3 函数 f_3 收敛曲线对比

图 4 函数 f_4 收敛曲线对比

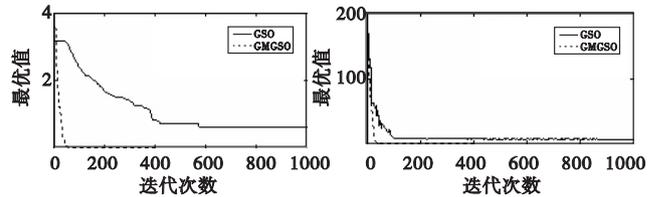


图 5 函数 f_5 收敛曲线对比

图 6 函数 f_6 收敛曲线对比

4 结束语

本文提出了一种带高斯变异的人工萤火虫算法,通过在算法中加入高斯变异策略,有效防止了算法陷入局部最优值,提高了捕获到全局最优值的可能性,并提高了算法的收敛速度和求解精度。因此,改进后的 GMGSO 较 GSO 算法更有效,但改进后的算法对某些复杂函数的收敛率与求解精度仍有不足,还需要进一步研究。

参考文献:

[1] KRISHNANAND K N, GHOSE D. Glowworm swarm optimization: a new method for optimizing multi-modal functions [J]. *International Journal of Computational Intelligence Studies*, 2009, 1(1): 93-119.

[2] KRISHNANAND K N. Glowworm swarm optimization: a multimodal function optimization paradigm with applications to multiple signal source localization tasks [D]. Indian: Indian Institute of Science, 2007.

[3] KRISHNANAND K N, GHOSE D. A glowworm swarm optimization based multi-robot system for signal source localization [M]// LIU Di-kai, WANG Ling-feng, TAN K C. *Design and Control of Intelligent Robotic Systems*. Berlin: Springer, 2009: 53-74.

[4] KRISHNANAND K N, GHOSE D. Chasing multiple mobile signal sources: a glowworm swarm optimization approach [C]//Proc of the 3rd Indian International Conference on Artificial Intelligence. [S. l.]: IEEE Press, 2007.

[5] 曲良东, 何登旭. 基于自适应高斯变异的人工鱼群算法[J]. *计算机工程* 2009, 35(15): 182-189.

[6] 黄凯, 周永权. 带交尾行为的混沌人工萤火虫优化算法[J]. *计算机科学* 2012, 39(3): 231-234.

[7] 黄凯, 周永权. 一种改进的变步长自适应 GSO 算法[J]. *计算机工程* 2012, 38(4): 185-187.

(上接第 106 页)

参考文献:

[1] HALL L O, GOLDFOG D B. Convergence of the single-pass and on-line fuzzy C-means algorithms [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2011, 19(4): 792-794.

[2] ZHU L, CHUNG F L, WANG S T. Generalized fuzzy C-means clustering algorithm with improved fuzzy partitions [J]. *IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics* 2009, 39(3): 578-591.

[3] DENG Zhao-hong, CAI Ji-shi, CHUNG Fu-Lai, et al. Enhanced soft subspace clustering integrating within-cluster and between-cluster information [J]. *Pattern Recognition* 2010, 43(3): 767-781.

[4] RAJINI N H, BHAVANI R. Enhancing k-means and kernelized fuzzy C-means clustering with cluster center initialization in segmenting MRI brain images [C]//Proc of International Conference on Electronics Computer Technology. 2011: 259-263.

[5] WU K L, YANG M S. Alternative C-means clustering algorithms [J]. *Pattern Recognition* 2002, 35(10): 2267-2278.

[6] YANG M S. On a class of fuzzy classification maximum likelihood procedures [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1993, 57(3): 365-375.

[7] LIN J S. Fuzzy clustering using a compensated fuzzy hopfield network [J]. *Neural Processing Letters*, 1999, 10(1): 35-48.

[8] LI R P, MUKAIDON M. A maximum entropy approach to fuzzy clustering [C]//Proc of the 4th IEEE International Conference on Fuzzy System. 1995: 2227-2232.

[9] KARAYIANNIS N B. MECA: maximum entropy clustering algorithm [C]//Proc of the 3rd IEEE Conference on Fuzzy Systems. 1994: 630-635.

[10] WEI C, FAHN C. The multisynapse neural network and its application to fuzzy clustering [J]. *IEEE Trans on Neural Networks* 2002, 13(3): 600-618.

[11] 邓赵红, 王士同, 吴锡生, 等. 鲁棒的极大熵聚类算法 RMEC 及其例外点标识 [J]. *中国工程科学* 2004, 4(9): 38-45.

[12] KRISHNAPURAM R, KELLER J M. A possibilistic approach to clustering [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 98-110.

[13] KRISHNAPURAM R, KELLER J M. The possibilistic means algorithms: insights and recommendation [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(3): 98-110.

[14] LIU J, MOHAMMED J, CARTER J, et al. Distance-based clustering of CGH data [J]. *Bioinformatics* 2006, 22(16): 1971-1978.