

基于轮盘赌反向选择机制的蜂群优化算法*

向万里^{1,2}, 马寿峰¹

(1. 天津大学 系统工程研究所, 天津 300072; 2. 兰州交通大学 交通运输学院, 兰州 730070)

摘要: 针对人工蜂群算法易陷入局部最优的不足, 考虑到基本蜂群算法中个体选择大多基于贪婪选择的思想, 从而使算法快速向适应度值高的个体进化而陷入局部停滞。为此, 提出一种基于轮盘赌的反向选择机制, 以保持蜂群个体的多样性而使算法保持较好进化能力。通过对经典测试函数的仿真实验表明, 改进的蜂群算法有更快的收敛速度和更好的收敛精度, 且改进的蜂群算法对群体规模有很强的鲁棒性。

关键词: 人工蜂群算法; 轮盘赌选择; 反向选择; 鲁棒性

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2013)01-0086-04

doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2013.01.020

Artificial bee colony based on reverse selection of roulette

XIANG Wan-li^{1,2}, MA Shou-feng¹

(1. Institute of Systems Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. School of Traffic & Transportation, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: Towards the defect which inclined artificial bee colony (ABC) to fall into local minima and taking into account of greedy selection scheme was always employed during the basic artificial bee colony, which resulted in rapid evolving toward the more fitter individual and thus trapped the ABC into stagnation. Thus, this paper proposed a modified artificial bee colony (MABC) based on reverse selection of roulette which retaining the diversity of population in order to improve the evolving capability. Experiments result on a few of benchmark functions show that the MABC algorithm not only effectively avoids the premature convergence, but also significantly improves the convergence speed and the convergence precision. Moreover, the MABC algorithm is robust to the scale of population.

Key words: artificial bee colony (ABC) algorithm; roulette selection; reverse selection; robustness

0 引言

由于 NP-hard 问题及其他复杂问题的存在, 使得传统优化算法在求解问题规模不断增加的此类问题时暴露出相当大的局限性, 为此, 寻找近似最优的群体智能优化算法(如蚁群算法、鱼群算法、粒子群算法以及人工蜂群算法等)不断涌现出新的解决思路。因此, 类似于人工蜂群算法模拟自然界生物群体行为而构造的群体智能算法遂成为当前的一个研究热点。

人工蜂群(ABC)算法是由土耳其开塞利大学教授 Karaboga 于 2005 年提出的一种基于蜂群采蜜行为的群体智能优化算法^[1]。目前关于 ABC 算法的研究还处于不断探索改进的阶段, 但得益于其算法控制参数少、步骤思路简洁及全局寻优能力强等优点, 已被越来越多的学者所关注。它已在函数优化^[2~10]、组合优化^[11,12]、聚类分析^[13]、生产调度^[14]及工程应用^[15]等领域取得了较好的应用效果, 尤其是在多峰高维的复杂函数优化方面展现出了优于粒子群算法、遗传算法、差分进化等算法的卓越性能^[9,16,17]。但是, 由于进化方式及个体选择策略的影响, 人工蜂群算法依然可能陷入局部最优而早熟收敛。为此众多学者进行了方方面面的改进, 以克服其早熟收敛的特性。罗钧等人^[3]和 Alatas^[4]引入了混沌映射对初始群体

进行初始化, 以提高算法初始群体解的质量, 并在此基础上又对陷入局部最优的个体蜜蜂食物源借助混沌搜索策略, 以提高算法局部开采(local exploit)能力; Gao 等人^[5]基于混沌映射和对位学习理论对 ABC 算法初始群体进行了初始化, 然后对跟随蜂引入一种新的搜索更新机制, 并在对跟随蜂搜寻到的食物源位置和原雇佣蜂的食物源位置进行选择时引入了一个平衡概率, 以提高算法的全局进化性能; 暴励等人^[6]和高卫峰等人^[7]将差分进化与蜂群算法相结合, 分别提出了双种群差分蜂群算法和混合蜂群算法; Akay 等人^[8]基于对基本蜂群算法中的食物源位置更新方程引入一个扰动概率参数 MR(modify rate)以及一个自适应尺度因子 ASF(adaptive scaling factor), 提出了一种解决实值参数优化问题的改进蜂群算法。本文则从保持种群多样性以提高蜂群算法全局寻优能力的角度出发, 在蜂群中跟随蜂选择雇佣蜂食物源位置进一步开采探索的阶段, 提出基于轮盘赌反向选择机制来选择作为跟随蜂进一步开采探索的食物源, 即雇佣蜂适应度越低的个体食物源被跟随蜂选择开采探索的概率越大, 这与轮盘赌选择机制中适应度越高的个体被选择的概率越大相反, 从而起到避免种群快速向某些适应度值过高的个体进化, 达到保持种群多样性的目的, 最终实现避免蜂群算法的早熟收敛。

收稿日期: 2012-06-13; 修回日期: 2012-07-16 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70971094); 天津市科技支撑计划基金资助重点项目(08ZCKFSF01000); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20090032110033)

作者简介: 向万里(1978-), 男(土家族), 湖南人, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为智能计算、交通系统工程(xiangwl@tju.edu.cn); 马寿峰(1965-), 男(回族), 天津人, 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为人工智能、交通系统工程。

1 人工蜂群算法

在 ABC^[2] 算法中,人工蜂群包含雇佣蜂(employed bee, EB)、跟随蜂(onlooker bee, OB)和侦察蜂(scouting bee, SB)三种个体。其中,雇佣蜂负责采蜜,故雇佣蜂对应着一个食物源,并对食物源附近一定邻域进行局部侦察以获取更好的食物源;随后,雇佣蜂在采集到花蜜后返回蜂巢,并在附近通过跳舞向跟随蜂共享、传递食物源花蜜数量等信息,跟随蜂根据跳舞获得的信息选择其中的一个雇佣蜂采蜜的食物源(花蜜越多的食物源被选择的概率越大)进行开采探索新的食物源,并将开采探索出的新食物源与相应的雇佣蜂食物源进行食物源质量比较,以决定是否更新雇佣蜂食物源;最后,当雇佣蜂经过若干次食物源探索开采以后,原食物源都没有得到更新,则雇佣蜂变成侦察蜂随机搜寻新的食物源。

在 ABC 算法求解优化问题时,食物源位置对应于优化问题可行解空间的点,食物源花蜜数量(或质量)对应于优化问题的目标函数值。对于全局优化问题 $\min_{x \in R^D} f(x)$, 则问题的每个可行解 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ 对应于一个食物源或雇佣蜂,解的个数或食物源的个数对应于雇佣蜂或跟随蜂的个数(SN),食物源花蜜数量借助优化问题目标函数值来衡量,然后蜂群对所有的食物源按照三阶段(雇佣蜂采蜜阶段、跟随蜂开采阶段和侦察蜂侦察阶段)循环探索(exploration)和开采(exploitation)更好的食物源,循环迭代的次数为 cycle(cycle = 1, 2, ..., max-cycle)。

a) 雇佣蜂(或跟随蜂)根据式(1)对食物源位置进行更新。

$$x_{ij} = x_{ij} + \varphi_{ij}(x_{ij} - x_{kj}) \quad (1)$$

其中: x_{ij} 表示第*i*个雇佣蜂正在开采的食物源位置的第*j*个分量位置,对应于第*i*个解的第*j*个分量; v_{ij} 表示第*i*个雇佣蜂或者跟随蜂在 x_{ij} 基础上探索或开采出的新食物源位置的第*j*个分量位置,即对原食物源位置分量 x_{ij} 进行扰动后的新值; $k \in \{1, 2, \dots, SN\} \setminus \{i\}$, $j \in \{1, 2, \dots, D\}$; $\varphi_{ij} \in [-1, 1]$ 是一个随机数,用于控制 x_{ij} 的邻域半径。

b) 跟随蜂是根据雇佣蜂处食物源花蜜数量多少来选择到哪一个食物源采蜜,花蜜数量多少借助适应度值来衡量,具体选择概率 p_i 是依据式(2)计算。

$$p_i = \frac{fit_i}{\sum_{j=1}^{SN} fit_j} \quad (2)$$

其中: fit_i 表示第*i*处食物源花蜜数量的多少或解的适应度值,SN表示食物源个数或者解的个数。

c) 当某个雇佣蜂采蜜的食物源位置经过 limit 次迭代后都未曾获得改进,即该雇佣蜂采蜜处的食物源花蜜数量都未获得改观,表明这个解陷入局部最优,则该雇佣蜂丢弃该食物源并变成侦察蜂随机搜索新的食物源。假设第*i*个雇佣蜂丢弃其正在开采的食物源,则通过式(3)中的新位置随机赋值方程,使该雇佣蜂在新的位置开采花蜜。

$$x_{ij} = x_{ij}^{\min} + \text{rand}(0, 1) \times (x_{ij}^{\max} - x_{ij}^{\min}) \quad (3)$$

其中: $j \in \{1, 2, \dots, D\}$; $x_{ij}^{\min}$ 表示第*i*个解的第*j*个分量所能赋予的最小取值; $x_{ij}^{\max}$ 表示第*i*个解的第*j*个分量所能赋予的最大取值。此外,蜂群算法也使用式(3)对所有的群体个体进行初始化。

综上所述,ABC 算法可用如算法 1 所示的伪代码描述其循环迭代搜索最优解的过程^[2, 5, 6, 9, 16, 17]。

算法 1 基本蜂群算法

1 设置蜂群中雇佣蜂个体数目为 SN(跟随蜂的个体数目与雇佣蜂个体数目相同),则蜂群总规模为 2SN,设置循环迭代总次数 maxcycle 以及雇佣蜂转变成侦察蜂时的限制参数 limit

2 蜂群算法初始化,即对雇佣蜂采蜜位置进行初始化,创建 SN 个雇佣蜂,并计算每个雇佣蜂采蜜位置的适应度值

for $i = 1$ to SN

for $j = 1$ to D

{产生一个新食物源—}

按式(3)循环迭代初始化食物源

end for

计算每个食物源适应度值

trial(i) = 0 {用于控制第*i*个食物源(或解)是否有更新—}

end for

记录初始种群中适应度值最好的食物源 best(或解)及其适应度值 bestFitness

3 cycle = 1 {置循环迭代初值—}

4 while cycle = maxcycle {当循环满足停止准则时停止循环寻优—}

5 {雇佣蜂阶段—}

5.1 for $i = 1$ to SN

5.2 利用式(1)为每个雇佣蜂在原采蜜的食物源 x_i 基础上产生一个新的食物源 v_i ,并计算新食物源适应度值

5.3 在食物源 v_i 与 x_i 之间应用贪婪选择机制保留适应度值高的食物源(或解)

5.4 如果食物源 x_i 得到更新,则 trial(i) = 0; 否则 trial(i) = trial(i) + 1

5.5 end for

6 计算每个食物源(或解)适应度值

7 利用式(2)计算选择概率 p_i

8 {跟随蜂阶段—}

8.1 $i = 0$

8.2 for $t = 1$ to SN

8.3 if rand(0, 1) < p_i then

8.4 利用式(1)在选择的的食物源 x_i 的基础上为跟随蜂*t*创建一个食物源 v_i

8.5 在食物源 v_i 与 x_i 之间应用贪婪选择机制保留适应度值高的食物源(或解)

8.6 如果食物源 x_i 得到更新,则 trial(i) = 0; 否则 trial(i) = trial(i) + 1

8.7 end if

8.8 $i = i + 1$

8.9 end for

9 {侦察蜂阶段—}

9.1 if max(trial(i)) > limit then {基本 ABC 算法中,只有一只雇佣蜂可转变成侦察蜂—}

9.2 利用式(3)随机产生一个食物源(或解)替换被雇佣蜂丢弃的食物源 x_i

9.3 end if

10 记录到目前为止最好的食物源或解 best 及其适应度值 bestFitness

11 cycle = cycle + 1

12 end while

2 基于轮盘赌反向选择机制的蜂群算法

在基本 ABC 算法中,考虑到跟随蜂阶段跟随蜂选择雇佣蜂食物源是依据轮盘赌机制,且是将食物源适应度值占总食物源适应度值的比例作为选择概率,这样适应度值越高的食物源

被跟随蜂选择的概率越大,从而导致蜂群进化过程中个体蜜蜂迅速向适应度值高的食物源集中,进而破坏了蜂群的多样性而使得 ABC 算法陷入早熟收敛。因此,为了保持 ABC 算法的进化能力,需要保持蜂群的多样性,而通过引入轮盘赌反向选择机制即可保留更多不一样的雇佣蜂个体。即在此阶段算法中,依据食物源适应度值的倒数越大该食物源被跟随蜂选择的概率越大的原则,这样跟随蜂每次探索开采的都是适应度值差的食物源,从而使得进化不会快速向适应度值高的食物源集中,达到了保持种群多样性的目的。

$$p_i = \frac{\frac{1}{fit_i}}{\sum_{j=1}^{SN} \left(\frac{1}{fit_j} \right)} \quad (4)$$

在基本 ABC 算法中的侦察蜂阶段,当某雇佣蜂所处的食物源未得到更新的次数达到或超过设置的控制参数 limit 之后,ABC 算法选择丢弃其中一个超过 limit 次数最多的食物源,然后该处的雇佣蜂变成侦察蜂随机搜索一个新的食物源,并替换丢弃的食物源,从而使得该侦察蜂再次转变为雇佣蜂进行搜索优化。这种机制将导致丢弃的食物源可能是雇佣蜂群体里适应度值最好的食物源,即丢弃的食物源可能是目前最好的解或已是全局最优解,从而使得蜂群可能被误导向其他的局部最优解进化而使得进化速度变慢。再加之基本 ABC 算法中只有一只侦察蜂进行随机搜索,故可采用贪婪选择机制保留侦察蜂随机搜索获得的食物源或丢弃的食物源,从而引领蜂群算法快速搜寻全局最优解,且也不会因一只侦察蜂随机获取的食物源而影响整个蜂群的群体多样性,即不会因一个食物源而使得蜂群陷入局部最优。

基于以上两点改进思路,提出了基于轮盘赌反向选择机制的改进蜂群(MABC)算法,从而保证了在保持种群多样性的同时加快算法向正确方向收敛的速度。

MABC 算法的具体步骤如下:

- 设置雇佣蜂规模 SN 、控制参数 limit、循环迭代最大值 maxcycle。按式(3)随机生成 SN 个食物源(或解)构成初始种群,并计算每个解的适应度值。
- 对每一个雇佣蜂按式(1)搜索一个新食物源(或解) v_i ,并计算新食物源 v_i 的适应度值。如果 v_i 的适应度值优于原食物源的适应度值,则用 v_i 替换原食物源(或解)。
- 根据式(4)计算跟随蜂选择雇佣蜂食物源的概率 p_i 。
- 对每一个跟随蜂以概率 p_i 选择第 i 个雇佣蜂对应的食物源,然后根据式(1)产生一个新食物源位置 v_i ,并计算 v_i 的适应度值。如果 v_i 的适应度值优于原食物源 x_i 的适应度值,则用 v_i 替换原食物源(或解)。
- 依据是否进入局部最优的控制参数 limit,选择一个满足条件的变成侦察蜂的雇佣蜂(伪)丢弃的食物源 x_i ,并根据式(3)随机产生一个新食物源 v_i ,计算 v_i 的适应度值。如果 v_i 的适应度值优于被丢弃食物源 x_i 的适应度值,则用 v_i 替换原食物源(或解),使得食物源 x_i 真正被丢弃。
- 记录下到目前为止适应度值最好的食物源(或解)及其适应度值。
- 是否满足停止准则,若小于最大循环迭代次数 maxcycle,则转步骤 b)。

3 数值仿真与分析

3.1 实验参数设置

为了验证基于以上分析而提出的 MABC 算法的有效性

改进算法的性能和对种群规模的鲁棒性,将本文提出的 MABC 算法与基本的 ABC 算法进行了比较实验。在仿真实验中选择了三个经典的测试函数进行仿真测试^[3,5,16]。表1给出了相关测试函数的表达式、取值范围及理论最优解。其中 Sphere 函数是一个球体,是一个单模态函数,只有一个全局最优解; Griewank 函数是一个多模态函数,具有众多局部极值点,其全局极小值在 $(0, \dots, 0)$ 处; Rosenbrock 函数在 $D=2$ 或 $D=3$ 时是一个单模态函数,但在高维的情况下可能存在多个局部极小值^[5]。

表1 测试函数

函数名	函数表达式	取值范围	理论最优解
Sphere	$f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$	$[-100, 100]^D$	$f_1(\vec{0}) = 0$
Griewank	$f_2(x) = \sum_{i=1}^D \left(\frac{x_i^2}{4000} \right) - \prod_{i=1}^D \cos \left(\frac{x_i}{\sqrt{i}} \right) + 1$	$[-600, 600]^D$	$f_2(\vec{0}) = 0$
Rosenbrock	$f_3(x) = \sum_{i=1}^{D-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2]$	$[-50, 50]^D$	$f_3(\vec{1}) = 0$

在仿真实验过程中,种群规模 SN 分别设置为 5、10、50; 维数 D 为 10、50、300; 控制参数 limit = $SN \times D$; 迭代次数 maxcycle 设置为 $2e3$ 、 $2e4$ 。针对每个测试函数各算法均随机运行 30 次,取其均值以消除不确定性。对于提出的 MABC 和基本 ABC 算法,从算法进化收敛速度、收敛精度及算法对群体规模的鲁棒性角度进行了对比仿真分析。

3.2 算法进化性能和鲁棒性分析

3.2.1 算法进化性能分析

a) 图1为 Sphere 函数进化过程曲线。对于复杂的单模态函数 Sphere 而言,由图1可以看出,当函数维数 $D=10$ 和 $D=50$ 时, MABC 算法都近乎线性收敛,而且收敛精度要显著高于 ABC 算法;此外, ABC 算法在快速进化到一定步骤后都会陷入进化停滞状态,而 MABC 算法几乎一直呈线性收敛态势,这说明改进的选择机制能较好地保持种群的多样性,从而使算法进化能力得以增强。

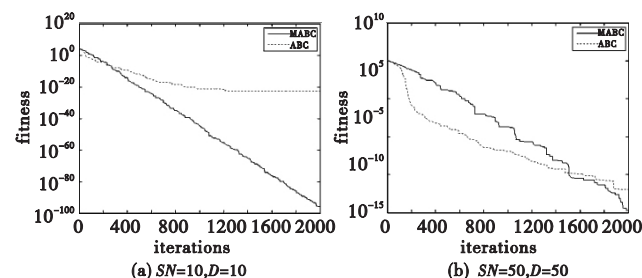


图1 Sphere函数的进化过程曲线

b) 图2为 Griewank 函数进化过程曲线。对于复杂的多模态函数 Griewank 而言,由图2可以看出,当函数维数 $D=10$ 时, MABC 算法收敛速度、收敛精度要高于 ABC 算法;此外,对于图2(a)的进化过程曲线而言, ABC 算法在前期由于其依据适应度值高的个体被选择的概率越大的原则,使得 ABC 算法前期进化能力较强,但随后陷入进化停滞状态;而改进的 MABC 算法由于采用轮盘赌反向选择机制,故其前期进化能力弱于 ABC 算法,但由于 MABC 始终能保持种群多样性,从而使得 MABC 一直呈线性收敛态势,而且在 3 500 代左右时, MABC 算法已经获得 Griewank 函数的全局最优解 0。

c) 图3为 Rosenbrock 函数进化过程曲线。对于复杂非线性函数 Rosenbrock 而言,由图3可以看出,当函数维数 $D=10$

和 $D = 50$ 时, MABC 算法收敛速度、收敛精度均高于 ABC 算法。这说明改进的 MABC 算法性能优于 ABC 算法。

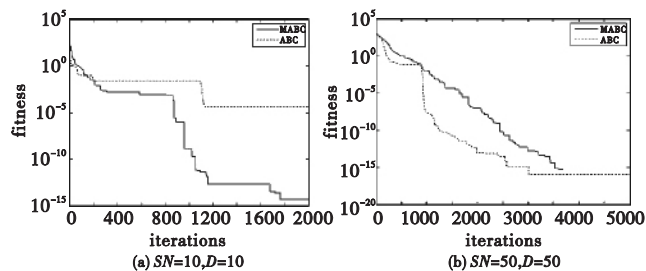


图2 Griewank函数进化过程曲线

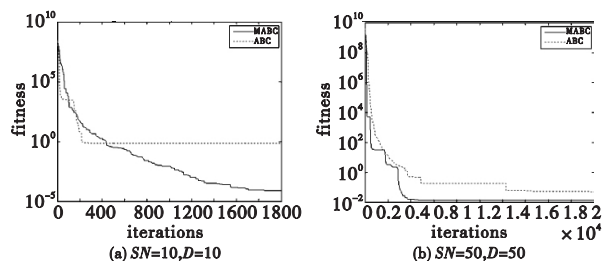


图3 Rosenbrock函数进化过程曲线

d) 综合图1~3可以看出ABC和MABC算法的收敛速度对比情况,由于MABC算法保持了种群多样性的特性,使得MABC算法进化初期收敛速度略落后于ABC算法,但在进化的中后期,同样由于MABC算法中种群多样性的保持,使得MABC算法具备持续稳定的进化速度,从而超越ABC算法以获得更好的收敛速度和收敛精度。

3.2.2 算法对群体规模的鲁棒性分析

以Sphere函数为例,对MABC算法与群体规模之间的关系进行分析。图4为不同群体规模状态下的Sphere函数进化过程曲线。从图4中可以看出,当Sphere函数维数 $D = 300$ 时,分别取雇佣蜂规模 $SN = 5$, $SN = 10$, $SN = 50$; 当群体规模 SN 越大时,进化速度越快;不过当群体规模不断变小时,MABC算法呈线性收敛的态势未变,且三种群体规模情况下最终均能获得相同的收敛精度。这说明引进轮盘赌反向选择机制的MABC算法较好地保持了种群的多样性,且一定程度上体现出MABC算法对群体规模的鲁棒性较好,从而在选择较小规模蜂群的情况下起到降低算法运行时间的效果;此外,由于仿真实验参数 $D = 300$,说明MABC算法对于高维函数 also 具有很强的寻优能力。

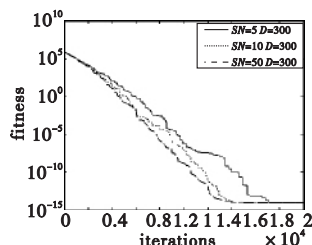


图4 不同群体规模状态下的Sphere函数进化过程曲线

4 结束语

针对ABC算法易陷入局部极值的特点,本文基于始终保持种群多样性以提高蜂群算法全局进化能力的思想,提出在ABC算法跟随蜂选择雇佣蜂食物源进行探索的过程中,借助轮盘赌反向选择机制选择待更新的食物源,从而使得算法在迭代过程中一直保持种群多样性的特性,进而提高算法进化能力。通过仿真实验表明,算法克服了基本ABC算法出现进化

局部停滞的不足,而且改进的MABC算法具有很强的进化速度和能够获得极高的收敛精度;此外,改进的MABC算法在对高维函数寻优的过程中表现出对群体规模 SN 极强的鲁棒性。

综述所述,与其他混合型ABC算法^[3,4,6,7]相比,本文的改进算法更简洁,相对于ABC算法而言没有增加任何时间复杂度,所需的适应度评估次数比文献^[3,4,6,7]所提的混合类ABC算法更少,同时具备更好的鲁棒性,但诸如罗钧、暴励等人提出的混沌蜂群算法、双种群差分蜂群算法是群体智能的研究趋势。笔者下一步将基于轮盘赌反向选择机制的ABC算法与其他异质全局优化算法融合,以获得性能更好的混合ABC算法。

参考文献:

- [1] KARABOGA D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization [D]. Kayseri, Turkey: Erciyes University, 2005.
- [2] KARABOGA D, BASTURK B. Artificial bee colony (ABC) optimization algorithm for solving constrained optimization problems [C] // Proc of the 12th International Fuzzy Systems Association World Congress on Foundations of Fuzzy Logic and Soft Computing, 2007: 789-798.
- [3] 罗钧, 李研. 具有混沌搜索策略的蜂群优化算法 [J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1913-1916.
- [4] ALATAS B. Chaotic bee colony algorithms for global numerical optimization [J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(8): 5682-5687.
- [5] GAO Wei-feng, LIU San-yang. A modified artificial bee colony algorithm [J]. Computers & Operations Research, 2012, 37(3): 687-697.
- [6] 暴励, 曾建潮. 一种双种群差分蜂群算法 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(2): 266-272.
- [7] 高卫峰, 刘三阳, 姜飞, 等. 混合人工蜂群算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(5): 1167-1170.
- [8] AKAY B, KARABOGA D. A modified artificial bee colony algorithm for real-parameter optimization [J]. Information Sciences, 2012, 192(1): 120-142.
- [9] KARABOGA D, AKAY B. A comparative study of artificial bee colony algorithm [J]. Applied Mathematics and Computation, 2009, 241(1): 108-132.
- [10] 胡珂, 李迅波, 王振林. 改进的人工蜂群算法性能 [J]. 计算机应用, 2011, 31(4): 1107-1110.
- [11] 胡中华, 赵敏. 基于人工蜂群算法的TSP仿真 [J]. 北京理工大学学报, 2009, 29(11): 978-982.
- [12] 刘勇, 马良. 最优证券投资组合的蜂群算法 [J]. 上海理工大学学报, 2011, 33(1): 44-46.
- [13] KARABOGA D, OZTRUK C. A novel clustering approach: artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(1): 652-657.
- [14] 李修琳, 鲁建厦, 柴国钟, 等. 混合蜂群算法求解柔性作业车间调度问题 [J]. 计算机集成制造系统, 2011, 17(7): 1495-1500.
- [15] 刘路, 王太勇. 基于人工蜂群算法的支持向量机优化 [J]. 天津大学学报, 2011, 44(9): 803-809.
- [16] KARABOGA D, BASTURK B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. Journal of Global Optimization, 2007, 39(3): 459-471.
- [17] KARABOGA D, BASTURK B. On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. Applied Soft Computing, 2008, 8(1): 687-697.