

求解机组组合问题的 次超立方紧混合整数规划广义割平面法

杨林峰¹, 简金宝², 郑海艳¹, 韩道兰¹

(1. 广西大学, 广西壮族自治区 南宁市 530004; 2. 玉林师范学院, 广西壮族自治区 玉林市 537000)

A Sub Hyper-cube Tight Mixed Integer Programming Extended Cutting Plane Method for Unit Commitment

YANG Linfeng¹, JIAN Jinbao², ZHENG Haiyan¹, HAN Daolan¹

(1. Guangxi University, Nanning 530004, Guangxi Zhuang Autonomous Region, China;

2. Yulin Normal University, Yulin 537000, Guangxi Zhuang Autonomous Region, China)

ABSTRACT: In order to improve the efficiency of solving unit commitment (UC) problem, a novel sub hyper-cube mixed integer programming (SHC-MIP) model of the ramp rate constrained UC problem is presented by using the technique of hyper-cube (HC) projection, and a new deterministic method is presented for solving UC problem based on the proposed model and extended cutting plane (ECP) method. Named as SHC-MIP-ECP, the proposed method involves reformulating the UC problem into a tight SHC-MIP model with HC projection, and applying ECP method to solve SHC-MIP by a sequence of mixed integer linear programming. The simulation results for 7 systems that range in size from 10 to 100 units and 24 hours show that the SHC-MIP model can get better sub-optimal solutions of the UC problem than the traditional mixed integer programming (MIP) when ECP method is used, and the proposed method is very promising for large scale UC problems due to its excellent performance and results.

KEY WORDS: unit commitment (UC); ramp rate constraints; hyper-cube projection; mixed integer programming; extended cutting plane

摘要: 为改进机组组合(unit commitment, UC)问题的求解效率, 基于超立方(hyper-cube, HC)投影, 构造了计及爬坡约束 UC 问题的次超立方混合整数规划(sub HC mixed integer programming, SHC-MIP)模型, 并基于该模型和广义割平面(extended cutting plane, ECP)技术, 提出一种新的求解 UC

问题的确定性方法(SHC-MIP-ECP)。该方法首先利用超立方投影将 UC 问题的混合整数规划(mixed integer programming, MIP)模型等价投影为具有更紧连续松弛的 SHC-MIP 模型。然后采用 ECP 方法产生序列混合整数线性规划来求解 SHC-MIP 模型。10—100 机组 24 时段等 7 个算例的仿真结果表明: 利用 ECP 方法求解 UC 问题的 2 种模型时, SHC-MIP 能比 MIP 获得质量更好的次优解; 此外, 所提方法计算速度快, 适合求解大规模 UC 问题。

关键词: 机组组合; 爬坡约束; 超立方投影; 混合整数规划; 广义割平面

0 引言

火力发电目前在中国仍然是不可替代的主要发电方式, 且其装机容量在未来一段时间内仍将保持缓慢增长态势。机组组合(unit commitment, UC)问题由于能为火力发电企业带来显著的经济效益而备受关注^[1-10]; 然而, 大量的约束(包括复杂的时段耦合约束)和离散变量都使得 UC 这一组合优化问题的求解变得十分困难^[11-14]。因此, 改进和探索 UC 问题新的模型和求解方法, 以期在合理的计算时间内找到其高质量的次优解, 是电力系统经济运行中尚待深入研究的重要问题。

国内外学者已经在解决 UC 问题上开展了大量研究工作, 并取得了丰富成果。随机搜索类方法(包括粒子群算法^[3], 遗传算法^[5]以及进化算法^[6]等)可以有效处理非线性约束, 常用于求解 UC 问题, 并且对中小规模问题能够获得较高质量的次优解, 但该类方法对于大规模问题则可能引起维数困难^[8]。

基金项目: 国家自然科学基金项目(71061002); 广西自然科学基金项目(2011GXNSFD018022); 广西高校人才小高地创新团队资助计划。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (71061002); Guangxi Natural Science Foundation (2011GXNSFD018022); Innovation Group of Talents Highland of Guangxi higher School.

近年来,随着计算机性能的不断提升以及通用目的优化软件包的不断发展,通过巧妙构造数学规划模型并采用高效软件包进行优化计算已成为求解 UC 问题的另一类重要方法。其中半定规划方法首先将 UC 问题松弛为半定规划,再调用内点半定规划软件包实施求解,理论上可以获得 UC 问题的精确最优解^[9-10]。混合整数线性规划(mixed integer linear programming, MILP)方法则通过将 UC 问题近似为 MILP,进而利用基于分支割平面法的混合整数规划(mixed integer programming, MIP)软件包求解,对于中小规模问题,可以实现快速求解^[11]。而 Benders 分解方法则将 UC 问题分解为 MILP 主问题和非线性规划子问题交替求解,通过子问题间乘子的协调修正来保证算法收敛^[12]。上述方法都以 UC 问题的传统 MIP 模型为求解对象,而文献[15]指出,对于一些具有特殊结构的 MIP 问题,若能通过模型变换,从其连续松弛可行域中割除一部分不属于其混合整数可行域凸包的区域,可获得 MIP 问题的更紧表达形式。求解紧模型相比原 MIP 模型,往往收敛更快。然而 UC 问题的传统 MIP 模型本身较松(其混合整数可行域的凸包与问题的连续松弛可行域相差较大),这往往导致算法在求解该问题时收敛较慢,与此同时,获得的次优解质量也不易保证。

因此,本文首先基于超立方(hyper-cube, HC)投影技术产生 UC 问题的一个更紧的次超立方混合整数规划(sub HC MIP, SHC-MIP)模型,然后利用广义割平面(extended cutting plane, ECP)方法求解 SHC-MIP,从而实现一种求解 UC 问题的快速收敛的确定性方法(SHC-MIP-ECP)。所提方法在迭代过程中得到的中间迭代点,都对应 UC 问题的可行解。仿真结果表明,所提 SHC-MIP 模型确实是 UC 问题的一个好(紧)的表达形式,基于该模型的 SHC-MIP-ECP 求解方法,能有效处理爬坡约束,收敛速度快,且相比其他多种方法,能获得更高质量的次优解。

1 UC 问题的基本描述

UC 问题的目标函数为发电总费用 F_C 最小,即

$$\min F_C = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N [u_{i,t} f_i(P_{i,t}) + u_{i,t} (1 - u_{i,t-1}) C_{i,t}] \quad (1)$$

式中: T 为时段总数; N 为机组总数; t 为时段序号, $t=1,2,\dots,T$; i 为机组序号, $i=1,2,\dots,N$; $u_{i,t}$ 为机组 i 在第 t 时段的状态,分别用值 1 和 0 来表示运行状

态和停机状态; $P_{i,t}$ 为机组 i 在第 t 时段的出力; $f_i(P_{i,t})$ 为机组 i 在第 t 时段的发电费用,常用二次函数表示; $C_{i,t}$ 为机组 i 的启动费用。发电费用 $f_i(P_{i,t})$ 和启动费用 $C_{i,t}$ 分别为:

$$f_i(P_{i,t}) = \alpha_i + \beta_i P_{i,t} + \gamma_i (P_{i,t})^2$$

$$C_{i,t} = \begin{cases} C_{\text{hot},i}, & T_{\text{off},i} \leq -T_{i,t} \leq T_{\text{off},i} + T_{\text{cold},i} \\ C_{\text{cold},i}, & T_{\text{off},i} + T_{\text{cold},i} < -T_{i,t} \end{cases}$$

式中: α_i 、 β_i 、 γ_i 为机组 i 的发电费用参数; $C_{\text{hot},i}$ 、 $C_{\text{cold},i}$ 分别为机组 i 的热启动和冷启动费用; $T_{\text{off},i}$ 为机组 i 的最小停机时间; $T_{i,t}$ 为机组 i 在第 t 时段已连续运行时间(正值)或已连续停机时间(负值); $T_{\text{cold},i}$ 为机组 i 的冷启动时间。

UC 问题包括以下约束条件。

1) 机组出力上下界约束:

$$u_{i,t} \underline{P}_i \leq P_{i,t} \leq u_{i,t} \bar{P}_i \quad (2)$$

式中 \underline{P}_i 、 \bar{P}_i 分别为机组 i 的最小和最大出力。

2) 系统功率平衡约束:

$$\sum_{i=1}^N P_{i,t} - P_{\text{DL},t} = 0 \quad (3)$$

式中 $P_{\text{DL},t} = P_{\text{D},t} + P_{\text{L},t}$, $P_{\text{D},t}$ 和 $P_{\text{L},t}$ 分别为第 t 时段的系统总负荷和网损。 $P_{\text{L},t}$ 常可被表示为 $P_{\text{D},t}$ 的百分比,为简单起见,本文暂不考虑 $P_{\text{L},t}$ 。

3) 旋转备用约束:

$$\sum_{i=1}^N u_{i,t} \bar{P}_i \geq P_{\text{D},t} + R_t \quad (4)$$

式中 R_t 为第 t 时段的系统总备用。

4) 机组出力爬坡约束:

$$P_{i,t} - P_{i,t-1} \leq u_{i,t-1} P_{\text{up},i} + (u_{i,t} - u_{i,t-1}) P_{\text{start},i} + (1 - u_{i,t}) \bar{P}_i \quad (5)$$

$$P_{i,t-1} - P_{i,t} \leq u_{i,t} P_{\text{down},i} + (u_{i,t-1} - u_{i,t}) P_{\text{shut},i} + (1 - u_{i,t-1}) \bar{P}_i \quad (6)$$

式中常数 $P_{\text{up},i}$ 、 $P_{\text{start},i}$ 、 $P_{\text{down},i}$ 、 $P_{\text{shut},i}$ 分别为机组 i 的功率上升速度限制、启动功率速度限制、功率下降速度限制及停机功率速度限制。式(5)同时表示功率上升速度约束和启动速度约束;式(6)同时表示功率下降速度约束和停机速度约束。

5) 最小启停时间约束:

$$\begin{cases} (u_{i,t-1} - u_{i,t})(T_{i,t-1} - T_{\text{on},i}) \geq 0 \\ (u_{i,t} - u_{i,t-1})(-T_{i,t-1} - T_{\text{off},i}) \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中 $T_{\text{on},i}$ 为机组 i 的最小运行时间。

2 UC 问题的 SHC-MIP 模型

2.1 UC 问题的一般模型

UC 问题的最小启停时间约束(7)可采用线性化方法^[10]等价转化为如下线性约束：

$$\begin{cases} \sum_{\tau=t}^{\theta(T_{\text{on},i},t)} u_{i,\tau} \geq (u_{i,t} - u_{i,t-1})\eta(T_{\text{on},i},t) + \delta(t-1)\theta_{i,0} \\ \sum_{\tau=t}^{\theta(T_{\text{off},i},t)} (1-u_{i,\tau}) \geq (u_{i,t-1} - u_{i,t})\eta(T_{\text{off},i},t) + \delta(t-1)\eta_{i,0} \end{cases} \quad (8)$$

其中： $\delta(t-1)$ 为单位冲激函数；参数 $\theta(\omega,t)$ 、 $\eta(\omega,t)$ 、 $\theta_{i,0}$ 及 $\eta_{i,0}$ 分别按以下表达式确定。

$$\begin{cases} \theta(\omega,t) = \min\{t + \omega - 1, T\} \\ \eta(\omega,t) = \min\{\omega, T - t + 1\} \\ \theta_{i,0} = u_{i,1}u_{i,0} \max\{0, T_{\text{on},i} - T_{i,0}\} \\ \eta_{i,0} = (1 - u_{i,1})(1 - u_{i,0}) \max\{0, T_{\text{off},i} + T_{i,0}\} \end{cases}$$

式中 $u_{i,0} \in \{0,1\}$ 、 $T_{i,0}$ 均为已知常量。

为方便起见，将式(2)—(6)、(8)合并记为

$$\mathbf{A}_u \mathbf{u} + \mathbf{A}_p \mathbf{P} \leq \mathbf{a}_{\text{uc}} \quad (9)$$

式中： $\mathbf{u} = (u_{i,t})$ ， $\mathbf{P} = (P_{i,t})$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ， $t = 1, 2, \dots, T$ ； \mathbf{A}_u 、 \mathbf{A}_p 为系数矩阵； \mathbf{a}_{uc} 为常数向量。

若暂不考虑启动费用，可得到 UC 问题(1)—(7)的混合整数二次规划(mixed integer quadratic programming, MIQP)模型：

$$\begin{cases} \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N [\alpha_i u_{i,t} + \beta_i P_{i,t} + \gamma_i (P_{i,t})^2] \\ \text{s.t. } \mathbf{A}_u \mathbf{u} + \mathbf{A}_p \mathbf{P} \leq \mathbf{a}_{\text{uc}}, \quad u_{i,t} \in \{0,1\} \end{cases} \quad (10)$$

2.2 UC 问题的 SHC-MIP 模型

由于 MIQP(10)的目标函数的非线性(二次函数)特征，导致(10)的连续松弛问题(10)_{CR}(即(10)中离散变量 $u_{i,t} \in \{0,1\}$ 松弛为 $0 \leq u_{i,t} \leq 1$)的最优解可能不在可行域边界取得，无法实施割平面法。故引入辅助变量将(10)中的非线性目标函数变为约束，则 MIQP(10)可转化为如下混合整数规划(mixed integer programming, MIP)问题：

$$\begin{cases} \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N v_{i,t} \\ \text{s.t. } \alpha_i u_{i,t} + \beta_i P_{i,t} + \gamma_i (P_{i,t})^2 \leq v_{i,t} \\ \mathbf{A}_u \mathbf{u} + \mathbf{A}_p \mathbf{P} \leq \mathbf{a}_{\text{uc}} \\ u_{i,t} \in \{0,1\} \end{cases} \quad (11)$$

分支割平面类方法求解(11)时，通常需求解(11)的连续松弛问题(11)_{CR}，而该问题的最优值为(11)

最优值的一个下界，但此下界往往较“松”，与(11)的最优值相差较大，可能导致分支定界树的规模过大或割平面法的迭代次数过多。为克服一般连续松弛较松的不足，近年来，对具有特殊结构的 MIP 问题，通过模型变换获得其具有更紧连续松弛的等价模型成为新的研究热点^[15-17]。

下文通过超立方投影技术对 UC 问题的 MIP 模型(11)进行变换，构造 UC 问题的 SHC-MIP 模型，相比(11)，该模型具有更紧的连续松弛。

结合机组出力上下界约束 $u_{i,t} \underline{P}_i \leq P_{i,t} \leq u_{i,t} \bar{P}_i$ ，将连续变量 $P_{i,t}$ 投影至 $[0,1]$ 区间：

$$P_{i,t} = \tilde{P}_{i,t}(\bar{P}_i - \underline{P}_i) + u_{i,t} \underline{P}_i, \quad 0 \leq \tilde{P}_{i,t} \leq u_{i,t} \quad (12)$$

根据式(12)可对 UC 的 MIP 模型(11)进行变量替换，注意到 $u_{i,t} \in \{0,1\}$ 时， $u_{i,t} \tilde{P}_{i,t}$ 和 $(u_{i,t})^2$ 可分别替换为 $\tilde{P}_{i,t}$ 和 $u_{i,t}$ ，可将(11)转换为

$$\begin{cases} \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N v_{i,t} \\ \text{s.t. } \tilde{\alpha}_i u_{i,t} + \tilde{\beta}_i \tilde{P}_{i,t} + \tilde{\gamma}_i (\tilde{P}_{i,t})^2 \leq v_{i,t} \\ \tilde{\mathbf{A}}_u \mathbf{u} + \tilde{\mathbf{A}}_p \tilde{\mathbf{P}} \leq \tilde{\mathbf{a}}_{\text{uc}} \\ u_{i,t} \in \{0,1\} \end{cases} \quad (13)$$

式中： $\tilde{\mathbf{P}} = (\tilde{P}_{i,t})$ ； $\tilde{\mathbf{u}} = (\tilde{u}_{i,t})$ ； $\tilde{\mathbf{A}}_u$ 、 $\tilde{\mathbf{A}}_p$ 及 $\tilde{\mathbf{a}}_{\text{uc}}$ 与式(9)类似； $\tilde{\alpha}_i = \alpha_i + \beta_i \underline{P}_i + \gamma_i (\underline{P}_i)^2$ ； $\tilde{\beta}_i = (\bar{P}_i - \underline{P}_i) \cdot (\beta_i + 2\gamma_i \underline{P}_i)$ ； $\tilde{\gamma}_i = \gamma_i (\bar{P}_i - \underline{P}_i)^2$ 。

问题(13)除辅助变量 $v_{i,t}$ 外，其他决策变量满足 $(\tilde{\mathbf{P}}, \mathbf{u}) \in [0,1]^{2TN}$ ($2TN$ 维超立方空间)，本文将式(13)记为 UC 问题的 SHC-MIP 模型。

2.3 SHC-MIP 模型紧性分析

为方便讨论，消去式(13)的辅助变量，形成以下 MIQP 问题：

$$\begin{cases} \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N [\tilde{\alpha}_i u_{i,t} + \tilde{\beta}_i \tilde{P}_{i,t} + \tilde{\gamma}_i (\tilde{P}_{i,t})^2] \\ \text{s.t. } \tilde{\mathbf{A}}_u \mathbf{u} + \tilde{\mathbf{A}}_p \tilde{\mathbf{P}} \leq \tilde{\mathbf{a}}_{\text{uc}}, \quad u_{i,t} \in \{0,1\} \end{cases} \quad (14)$$

显然，问题(14)的可行域包含于超立方空间 $[0,1]^{2TN}$ ，记式(14)为 UC 的 HC-MIQP 模型(问题(14)也可由式(10)进行式(12)所示变量投影得到)。

记 V -(11)和 V -(11)_{CR}分别为问题(11)和(11)_{CR}的最优值， X -(11)和 X -(11)_{CR}分别为(11)和(11)_{CR}的可行域， X^* -(11)为问题(11)的最优解集，其他问题类似。

定义 1 逆 HC 投影集：对集合 $A \subseteq [0,1]^{2TN} \times \mathbf{R}_+^{TN}$ (包含 X -(13)_{CR})，记 $\text{Proj}(A)$ 为 A 的逆 HC 投影集，定义如下

$$\bar{\text{Proj}}(A) = \{(\mathbf{P}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) \mid P_{i,t} = \tilde{P}'_{i,t}(\bar{P}_i - P_i) + u_{i,t}P_i, \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}', \mathbf{v} = \mathbf{v}', (\tilde{\mathbf{P}}', \mathbf{u}', \mathbf{v}') \in A\}$$

由于 $\tilde{P}_{i,t} \geq 0$, 且:

1) 若 $u_{i,t} \in \{0,1\}$, 则 $u_{i,t}\tilde{P}_{i,t} = \tilde{P}_{i,t}$, $(u_{i,t})^2 = u_{i,t}$;

2) 若 $0 \leq u_{i,t} \leq 1$, 则 $u_{i,t}\tilde{P}_{i,t} \leq \tilde{P}_{i,t}$, $(u_{i,t})^2 \leq u_{i,t}$,

$$\alpha_i u_{i,t} + \beta_i P_{i,t} + \gamma_i (P_{i,t})^2 \leq \tilde{\alpha}_i u_{i,t} + \tilde{\beta}_i \tilde{P}_{i,t} + \tilde{\gamma}_i (\tilde{P}_{i,t})^2。$$

从而结合定义1可得以下定理。

定理1 UC问题的4个模型满足以下关系:

1) $V-(10) = V-(11) = V-(13) = V-(14)$;

2) $V-(10)_{\text{CR}} = V-(11)_{\text{CR}}$, $V-(13)_{\text{CR}} = V-(14)_{\text{CR}}$;

3) $\bar{\text{Proj}}[X-(13)] = X-(11)$, $\bar{\text{Proj}}[X^*-(13)] = X^*-(11)$,

$$\bar{\text{Proj}}[X-(13)_{\text{CR}}] \subseteq X-(11)_{\text{CR}}, \quad V-(13)_{\text{CR}} \geq V-(11)_{\text{CR}}。$$

由以上分析可知, 若 $(\tilde{\mathbf{P}}', \mathbf{u}', \mathbf{v}')$ 为式(13)的最优解, 则 $(\tilde{\mathbf{P}}', \mathbf{u}')$ 为式(14)的最优解, $\bar{\text{Proj}}(\tilde{\mathbf{P}}', \mathbf{u}', \mathbf{v}')$ 为式(11)的最优解, $\bar{\text{Proj}}(\tilde{\mathbf{P}}', \mathbf{u}', \mathbf{v}')$ 中前 $2TN$ 维子向量为式(10)的最优解, 即其他3个模型的解可由式(13)的解简单导出。而更为重要的是, 由以上定理1中第3)点可知, 相比MIP模型(11), SHC-MIP(13)为UC问题更好的表达形式, 该模型的可行解及最优解分别与式(11)的可行解和最优解一一对应, 但其连续松弛问题的可行域却更紧, 求解该连续松弛问题能给出UC问题最优值一个更好的(大的)下界, 从而能更好地逼近UC问题0-1变量的最优解。

3 求解SHC-MIP的ECP方法

3.1 算法基本思想

为方便下文讨论, 将UC问题的SHC-MIP模型(13)记为

$$\begin{cases} \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t. } (\mathbf{x}, \mathbf{u}) \in \tilde{N} \cap L \cap B \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\mathbf{x} = (\tilde{\mathbf{P}}, \mathbf{v})$, $\mathbf{v} = (v_{i,t})$; \mathbf{c} 为目标函数系数; $\tilde{N} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0\}$, $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = [g_{i,t}(\mathbf{x}, \mathbf{u})]$, $i = 12, \dots, N$, $t = 12, \dots, T$, $g_{i,t}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \tilde{\alpha}_i u_{i,t} + \tilde{\beta}_i \tilde{P}_{i,t} + \tilde{\gamma}_i (\tilde{P}_{i,t})^2 - v_{i,t}$; $L = \{(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \mid \tilde{\mathbf{A}}_u \mathbf{u} + \tilde{\mathbf{A}}_p \tilde{\mathbf{P}} \leq \tilde{\mathbf{a}}_{uc}, u_{i,t} \in [0,1]\}$; $B = \{(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \mid u_{i,t} \in \{0,1\}\}$ 。

若能构造凸多面体集 $N_{\text{LR}} \supseteq \tilde{N}$, 并形成紧凸多面体集 $\Omega = (N_{\text{LR}} \cap L)$, 即 Ω 为 $\tilde{N} \cap L$ 的线性松弛, 则可得到式(15)的MILP松弛问题:

$$\begin{cases} \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t. } (\mathbf{x}, \mathbf{u}) \in \Omega \cap B \end{cases} \quad (16)$$

若式(16)太松(最优解不能逼近式(15)的解), 则

可根据 \tilde{N} 中的非线性约束 $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0$ 逐次产生广义割平面并加入 Ω 中, 从而不断压缩式(16)的可行域, 进而逼近式(15)的最优解, 此即ECP算法的算法步骤^[18-19]:

1) $k=1$, 给定 Ω_k 。

2) 求解式(16), 若其最优解 $(\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^k) \in \tilde{N}$, 则 $(\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^k)$ 为式(15)的最优解, 停止计算; 否则, 进入步骤3)。

3) 根据 $(\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^k)$ 产生不满足 $(\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^k)$ 的广义割平面(线性不等式), 将其作为约束加入 Ω_k 形成 $\Omega_{k+1} \subset \Omega_k$, 形成新的MILP松弛问题(16), 进入步骤2)。

需要说明的是, 若集合 L 为紧凸多面体集合, 则算法步骤1)中可直接取 $\Omega_1 = L$ ^[18]。

3.2 UC问题的 Ω_1 产生

3.2.1 直接定界法

3.1节所示算法步骤1)要求集合 L 为紧凸多面体集合, 而UC问题的SHC-MIP模型(15)中 L 显然不是紧凸多面体集(因为变量 $v_{i,t}$ 的无界性), 若直接取 $\Omega_1 = L$, 则会使得问题(16)为无界解, 从而导致ECP算法无法继续。本节结合UC问题自身特性, 给出构造初始紧凸多面体集 Ω_1 的2种方法。

结合UC问题实际意义, 直接给出变量 $v_{i,t}$ 的“上下界”, 从而使得 Ω_1 成为紧凸多面体集。对 \tilde{N} 中的非线性约束, 若忽略其二次项, 可得到变量 $v_{i,t}$ 的“下界”, 再结合约束 $0 \leq \tilde{P}_{i,t} \leq u_{i,t}$ 和 $u_{i,t} \in \{0,1\}$, 不难得到 $v_{i,t}$ 的“上界”(实为冗余约束), 即

$$\tilde{\alpha}_i u_{i,t} + \tilde{\beta}_i \tilde{P}_{i,t} \leq v_{i,t} \leq \tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i \tilde{P}_{i,t} + \tilde{\gamma}_i u_{i,t} \quad (17)$$

令 $\Omega_1 = L \cap \{(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \mid (17)\}$, 则 Ω_1 为紧凸多面体集。

3.2.2 外逼近法

以上直接定界法在确定变量 $v_{i,t}$ 的“下界”时, 由于没能充分利用 \tilde{N} 中约束的非线性信息, 而使得MILP松弛问题太松, 从而导致算法迭代次数过多, 且获得次优解的质量也较低, 如本文第4节的仿真结果中表2、3所示。

本节根据 \tilde{N} 中的非线性约束, 从 \tilde{N} 的外部产生一系列线性不等式, 从而产生 \tilde{N} 的一个紧的线性近似。具体步骤如下:

1) 调用Mosek 6.0^[20]中的二次规划求解器求解SHC-MIP(13)的连续松弛问题(13)_{CR}对应的二次规划问题(14)_{CR}, 最优解为 $(\tilde{\mathbf{P}}^*, \mathbf{u}^*)$;

2) 将 \tilde{N} 中的所有非线性约束 $g_{i,t}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0$ 在 $\tilde{\mathbf{P}}^*$ 处进行线性近似, 再加上 $v_{i,t}$ 的上界得:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_i u_{i,t} + (\tilde{\beta}_i + 2\tilde{\gamma}_i \tilde{P}_{i,t}^*) \tilde{P}_{i,t} - \tilde{\gamma}_i (\tilde{P}_{i,t}^*)^2 \leq v_{i,t} \leq \\ \tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i \tilde{P}_{i,t} + \tilde{\gamma}_i u_{i,t} \end{aligned} \quad (18)$$

3) $\Omega_1 = L \cap \{(x, u) | (18)\}$ 。

通过外逼近法得到紧凸多面体集 Ω_1 ，使得形成的 MILP 具有较紧的可行域(已经较为接近(15)的可行域)，可显著减少 ECP 方法的迭代次数，如本文第 4 节中表 3 所示的迭代次数比较。

3.3 SHC-MIP 模型的广义割平面产生

不同于常规割平面，广义割平面并不割除(15)_{CR}的可行域。当式(16)的最优解 $(x^k, u^k) \notin \tilde{N}$ 时，广义割平面从(15)_{CR}的可行域外部将 (x^k, u^k) 割除。下文给出 UC 问题的 SHC-MIP 模型(15)的广义割平面产生过程。

若当前迭代步为第 k 步，式(16)的可行域为 $\Omega_k \cap B$ ，其最优解为 $(x^k, u^k) \notin \tilde{N}$ ，最优值为 ξ^k 。记 $\Gamma^k = \{\tau | g_{i^*, i^*}(x^k, u^k) > 0\}$ ， $h_\tau(x, u) = g_{i^*, i^*}(x, u)$ ， $\tau \in \Gamma^k$ ，将 $h_\tau(x, u)$ 在点 (x^k, u^k) 处线性近似：

$$l_\tau(x, u) = h_\tau(x^k, u^k) + \left[\frac{\partial h_\tau}{\partial x}, \frac{\partial h_\tau}{\partial u} \right]_{(x^k, u^k)} \begin{bmatrix} x - x^k \\ u - u^k \end{bmatrix} \quad (19)$$

由于 UC 问题中 $g_{i,t}(\cdot)$ 为凸函数，所以 $l_\tau(x, u) \leq h_\tau(x, u)$ ，再结合 $h_\tau(x, u)$ 的定义易知 $\tilde{N} \subseteq \{(x, u) | l_\tau(x, u) \leq 0, \tau \in \Gamma^k\}$ ，即 $l_\tau(x, u) \leq 0$ 为式(15)的可行域 $\tilde{N} \cap L \cap B$ 及其连续松弛的有效不等式。

注意到 $(x^k, u^k) \notin \tilde{N} \Rightarrow l_\tau(x^k, u^k) = h_\tau(x^k, u^k) > 0$ ，即 $l_\tau(x, u) \leq 0$ 割除了当前迭代步中问题(16)的最优解 (x^k, u^k) ，从而 $l_\tau(x, u) \leq 0$ 为割除 (x^k, u^k) 的广义割平面(线性不等式)。

令 $\Omega_{k+1} = \Omega_k \cap \{(x, u) | l_\tau(x, u) \leq 0, \tau \in \Gamma^k\}$ ，可继续形成 MILP(16)，记其最优解为 (x^{k+1}, u^{k+1}) ，最优值为 ξ^{k+1} ，不难得到以下定理：

$$\text{定理 2} \quad \begin{cases} (\tilde{N} \cap L) \subseteq \cdots \subseteq \Omega_{k+1} \subset \Omega_k \subset \cdots \subset \Omega \\ V - (15) \geq \cdots \geq \xi^{k+1} \geq \xi^k \geq \cdots \geq \xi^1 \end{cases}$$

由定理 2 可知，通过引入广义割平面可不断压缩 MILP 松弛问题的可行域，用这个不断收紧的 MILP 来逼近 UC 问题的 SHC-MIP 模型(15)，从而逼近并获得 UC 问题的最优解。

3.4 SHC-MIP-ECP 算法步骤

综合前述分析，下文给出基于 SHC-MIP 模型(15)以及 ECP 方法求解 UC 问题的 SHC-MIP-ECP 算法步骤：

1) 设置 $k=1$ ；最大迭代次数 $k_{\max}=10$ ；收敛精

度 $\varepsilon_1=10^{-8}$ ， $\varepsilon_2=0.8 \times 10^{-3}$ ；取上界 $z^U=10^{75}$ ；

2) 按照 3.2 节所示方法形成 Ω_1 ；

3) 调用 Mosek 6.0 中的混合整数规划求解器(采用分支割平面法^[20]，收敛精度取 0.002)求解 MILP(16)，最优解为 (x^k, u^k) ，最优值为 ξ^k 。

4) 若 $\max_{\tau \in \Gamma^k} (h_\tau(x^k, u^k)) / \xi^k \leq \varepsilon_1$ ，则停止求解，输出(15)的最优解 (x^k, u^k) 。

5) 根据 (x^k, u^k) 对应的 (\tilde{P}^k, u^k) ，计算式(14)的目标函数值，记为 z^k ，取 $z^U = \min\{z^k, z^U\}$ ，记相对间隙 $G_{\text{rel}} = 2(z^U - \xi^k) / (z^U + \xi^k)$ ，若 $G_{\text{rel}} < \varepsilon_2$ 或 $k > k_{\max}$ ，则停止求解，输出(15)的最优解 (x^k, u^k) 。

6) 根据式(19)产生割除 (x^k, u^k) 的 $l_\tau(x, u) \leq 0$ ，令 $\Omega_{k+1} = \Omega_k \cap \{(x, u) | l_\tau(x, u) \leq 0, \tau \in \Gamma^k\}$ ， $k=k+1$ ，进入步骤 3)。

3.5 迭代点的可行性分析

由算法中 Ω_k 的构造过程可知，所有的 $\Omega_k \subseteq L$ ，所以，算法迭代过程中产生的任意迭代点 $(x^k, u^k) \in L \cap B$ ，再注意到 $L \cap B$ 已经包含 UC 问题 HC-MIQP(14)的所有约束，可以得到以下定理。

定理 3 SHC-MIP-ECP 算法得到的任意迭代点 (x^k, u^k) ，其对应的 (\tilde{P}^k, u^k) 都是 UC 问题的 HC-MIQP(14)的可行解。

根据定理 3，再结合 2.3 节中的分析可知，对算法得到的任意迭代点 (x^k, u^k) ， $\text{Proj}(\tilde{P}^k, u^k, v^k)$ 中前 $2TN$ 维子向量为 UC 问题 MIQP(10)的可行解。

需要指出的是，ECP 算法产生的迭代点 (x^k, u^k) 在 SHC-MIP(13)的外部逐步逼近式(13)的最优解，而根据定理 3 可知，该迭代点对应的 (\tilde{P}^k, u^k) 则正好在 HC-MIQP(14)的可行域内部逐步逼近式(14)的最优解，即本文所提 UC 问题求解方法，通过对 UC 问题的数学模型进行变换，使得算法求解过程中得到的每一个中间迭代点都对应着 UC 问题的一个可行解，且该可行解不断逼近 UC 问题的最优解。

此外，根据 (x^k, u^k) 对应的 (\tilde{P}^k, u^k) ，可计算 HC-MIQP(14)的目标函数值，记为 z^k ，该值为 V-(14)的一个上界，而 (x^k, u^k) 对应的 MILP(16)的最优值 ξ^k 则为 V-(14)的一个下界，即 SHC-MIP-ECP 算法在迭代过程中，只需求解一个 MILP 问题就同时得到了 UC 问题的上下界，并在算法迭代过程中不断压缩上下界之差(间隙 $G_{\text{abs}} = z^U - \xi^k$)。 G_{abs} 很好地刻画了当前迭代点靠近最优解的程度，本文所提算法步骤 5) 中正是据此形成了算法的一个收敛判据。

4 数值仿真与分析

仿真计算的硬件环境为：Lenovo-PC 机，Pentium (R) Dual Core 2.7 GHz，2 GB RAM。软件环境为在 MS-Windows 7 (64 bit)操作系统下使用 Matlab 2010b 编程。

本文采用 10—100 机组 24 时段(机组参数参见文献[21])以及 IEEE 118 节点系统 54 机组 24 时段(参见文献[22]) 7 个测试系统为例，来验证所提算法的有效性。

1) 不计爬坡约束 UC 问题的仿真结果。

表 1 从直接连续松弛上对比了不计爬坡约束时 UC 问题的 MIP(11)和 SHC-MIP(13)的紧性。根据 2.3 节中的定理 1，表中 $V\text{-(11)}_{\text{CR}}$ 和 $V\text{-(13)}_{\text{CR}}$ 可通过直接求解问题(10)_{CR} 和(14)_{CR} 获得。如表 1 所示，相比 MIP(11)，SHC-MIP(13)的连续松弛问题(13)_{CR} 能够获得更大的最优值，是 UC 问题的一个好的紧模型。SHC-MIP(13)可为基于连续松弛的 UC 问题各类求解方法(例如分支定界法、割平面法、分支割平面法等)提供更好(大)的下界。

表 1 2 个模型的连续松弛紧性比较
Tab. 1 Comparison of 2 models in continues relaxation tightness

机组数	$V\text{-(11)}_{\text{CR}}$	$V\text{-(13)}_{\text{CR}}$	改进值
10	552 656	552 696	40
20	1 105 313	1 105 392	79
40	2 210 625	2 210 783	158
60	3 315 938	3 316 175	237
80	4 421 251	4 421 566	315
100	5 526 563	5 526 958	395

表 2 从 ECP 方法产生的第一个 MILP 松弛来对比 MIP(11)和 SHC-MIP(13)的紧性，统计的内容包括第一个 MILP 松弛问题的目标值 ξ^1 、对应的 $V\text{-(14)}$ 的上界 z^U 、上下界间隙 G_{abs} 以及减小 G_{abs} 的百分比 R_G 。其中 ECP 方法的 Ω_1 分别采用本文 3.2 节中的直接定界法和外逼近法取得。如表 2 所示，无论采用何种方式确定 Ω_1 ，相比 MIP(11)，SHC-MIP 模型(13)的 MILP 松弛更紧(能够获得更大的 ξ^1)，且 SHC-MIP(13)能够获得更小的 G_{abs} (相比式(11)， G_{abs} 的减小十分显著，如表 2 中第 8 列和第 15 列所示 R_G)。

表 3 根据 ECP 方法的计算结果(含启动费用)，进一步比较了 MIP(11)和 SHC-MIP(13)的紧性。如表 3 所示，无论采用何种方式确定 Ω_1 ，紧模型 SHC-

表 2 2 个模型的 MILP 松弛紧性比较

Tab. 2 Comparison of 2 models in MILP relaxation tightness							
机组数	直接定界						
	MIP(11)			SHC-MIP(13)			
	ξ^1	z^U	G_{abs}	ξ^1	z^U	G_{abs}	$R_G/\%$
10	554 208	559 888	5 680	556 954	559 888	2 934	48.3
20	1 103 708	1 115 339	11 631	1 109 065	1 115 143	6 078	47.7
40	2 201 931	2 225 309	23 378	2 212 211	2 224 558	12 347	47.2
60	3 300 279	3 335 336	35 057	3 314 748	3 333 319	18 571	47.0
80	4 399 230	4 446 991	47 761	4 422 076	4 446 901	24 825	48.0
100	5 496 770	5 556 279	59 509	5 524 817	5 555 849	31 032	47.9

机组数	外逼近						
	MIP(11)			SHC-MIP(13)			
	ξ^1	z^U	G_{abs}	ξ^1	z^U	G_{abs}	$R_G/\%$
10	559 624	559 888	264	559 690	559 888	198	25.0
20	1 114 540	1 115 495	955	1 114 643	1 115 136	493	48.4
40	2 222 886	2 224 694	1 808	2 223 231	2 224 476	1 245	31.1
60	3 330 981	3 334 449	3 468	3 332 473	3 334 315	1 842	46.9
80	4 440 992	4 445 801	4 809	4 443 168	4 445 600	2 432	49.4
100	5 550 954	5 556 144	5 190	5 552 396	5 555 585	3 189	38.6

表 3 2 个模型的计算结果比较
Tab. 3 Comparison of 2 models in results

机组数	直接定界						
	MIP(11)			SHC-MIP(13)			
	总费用/\$	C_{time}/s	N_{it}	总费用/\$	C_{time}/s	N_{it}	
10	564 058	1.227	2	564 058	1.300	2	
20	1 125 269	18.001	4	1 124 652	12.755	3	
40	2 246 369	26.280	3	2 243 613	22.814	3	
60	3 367 297	203.830	5	3 365 983	80.440	2	
80	4 494 739	323.580	5	4 483 819	114.133	2	
100	5 606 181	268.907	3	5 606 177	258.809	3	

机组数	外逼近							
	MIP(11)				SHC-MIP(13)			
	总费用/\$	C_{time}/s	$C_{\text{time}}^{\text{sub}}/\text{s}$	N_{it}	总费用/\$	C_{time}/s	$C_{\text{time}}^{\text{sub}}/\text{s}$	N_{it}
10	564 017	1.193	0.458	1	563 978	0.956	0.359	1
20	1 125 177	9.389	0.540	2	1 123 342	4.593	0.467	1
40	2 243 327	17.303	0.584	2	2 243 079	7.538	0.519	1
60	3 362 010	85.820	0.543	2	3 361 766	41.414	0.591	1
80	4 482 434	129.516	0.609	2	4 482 103	69.560	0.595	1
100	5 602 584	169.776	0.588	2	5 601 954	83.738	0.662	1

MIP(13)都能够以较少的迭代次数(N_{it})和计算时间(C_{time})，获得 UC 问题的更好次优解。这进一步表明 SHC-MIP(13)的确为 UC 问题的好(紧)的表示形式。

此外，表 2、3 也对 ECP 方法求解 UC 问题时， Ω_1 的 2 种确定方式进行了比较。采用外逼近法确定

Ω_1 虽然需要额外求解一个二次规划子问题,但相比直接定界法,外逼近法能够获得 UC 问题(包括 MIP(11)和 SHC-MIP(13))的更好(紧)的 MILP 松弛。如表 2 所示,对 2 个模型来说,外逼近法获得的第一个 MILP 松弛都具有较大的 ξ^1 ,且外逼近法都能获得更小的 Gabs。如表 3 所示,虽然外逼近法确定 Ω_1 需要增加求解二次规划子问题的计算时间(如表中第 10 列和第 14 列所示),但该时间相比 MILP 的求解时间较小,且由于能获得更紧的 MILP 松弛,从而使算法的迭代次数减少,算法的总计算时间显著降低。与此同时,由于外逼近法获得的 MILP 松弛质量较高,算法最后得到的 UC 问题的次优解也较好(如表 3 中第 2 列与第 8 列的对比、第 5 列与第 12 列的对比)。

图 1 以 40 机组系统为例,分别采用直接定界法和外逼近法的 ECP 方法求解 SHC-MIP 模型,图中给出了算法收敛判据 G_{rel} 随迭代次数而变化的情

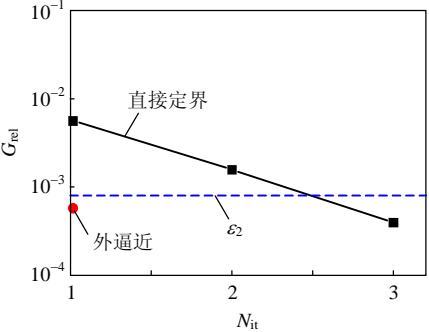


图 1 40 台机组 G_{rel} 的变化趋势
Fig. 1 G_{rel} with iterations for 40 units

况。如图 1 所示,采用直接定界法确定 Ω_1 ,算法迭代过程中, G_{rel} 不断减小,而外逼近法由于其获得的 MILP 松弛问题较紧,对应的 G_{rel} 已经满足算法收敛条件,即算法只需一次迭代,即可获得满足收敛条件的次优解。

为进一步说明本文所提模型(SHC-MIP)和算法(SHC-MIP-ECP)的有效性,表 4 给出了算法得到的 10 机组 24 时段的启停计划,表 5 给出了本文算法和文献[2,8-9,13-14,23-27]中其他 12 种方法的计算结果比较。如表 5 所示,除 2 个小系统(10 和 20 机组系统)外,对其他所有系统,本文方法的计算结果均优于其他方法,且 2 个小系统的计算结果也与最佳计算结果相差不大。这说明本文方法适合求解大规模 UC 问题。

表 4 10 机组 24 时段启停机计划

Tab. 4 Unit commitment schedule

机组	24 小时机组启停状态																							
编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表 5 不同算法结果比较

Tab. 5 Comparison of different algorithms

机组数	发电总费用/\$												
	DPLR ^[2]	ELR ^[2]	ICA ^[8]	IPSDP ^[9]	HTIA ^[13]	SFLA ^[14]	ICGA ^[23]	GRASP ^[24]	MA ^[25]	EP ^[26]	LR ^[27]	PSO-LR ^[27]	本文方法
10	564 049	563 977	563 938	565 863	563 462	564 769	566 404	565 825	565 827	565 352	566 107	565 869	563 978
20	1 128 098	1 123 297	1 124 274	1 130 724	1 123 207	1 123 261	1 127 244	1 128 160	1 127 254	1 127 256	1 128 362	1 128 072	1 123 342
40	2 256 195	2 244 237	2 247 078	2 259 652	2 244 643	2 246 005	2 254 123	2 259 340	2 252 937	2 252 612	2 250 223	2 251 116	2 243 079
60	3 384 293	3 363 491	3 371 722	3 385 176	3 364 226	3 368 257	3 378 108	3 383 184	3 388 676	3 376 255	3 374 994	3 376 407	3 361 766
80	4 512 391	4 485 633	4 497 919	4 510 903	4 486 511	4 503 928	4 498 943	4 525 934	4 501 449	4 505 536	4 496 729	4 496 717	4 482 103
100	5 640 488	5 605 678	5 617 913	5 639 437	5 607 511	5 624 526	5 630 838	5 668 870	5 640 543	5 633 800	5 620 305	5 623 607	5 601 954

注: 黑体部分为表中最好结果或优于本文方法的结果; DPLR 为基于动态规划的拉格朗日松弛法; ELR 为改进拉格朗日松弛法; ICA 为帝制竞争算法; IPSDP 为内点半定规划法; HTIA 为混合 taguchi 免疫算法; SFLA 为混合蛙跳算法; ICGA 为整数编码遗传算法; GRASP 为贪婪随机自适应搜索算法; MA 为基因算法的最好结果; EP 为进化算法; LR 为拉格朗日松弛法; PSO-LR 为粒子群拉格朗日松弛法。

2) 计及爬坡约束 UC 问题的仿真结果。

本文参照文献[28]设置机组 1、3 和 4 的爬坡约束功率速度限制为:

$$\begin{cases} P_{up,i} = P_{down,i} = 40 \text{ MW/h} \\ P_{start,i} = P_{shut,i} = 2P_i \end{cases}$$

类似于表 1, 表 6 从直接连续松弛上对比了计及爬坡约束时, UC 问题的 MIP(11)和 SHC-MIP(13)的紧性。如表 6 所示, SHC-MIP(13)的连续松弛问题(13)_{CR} 能够获得更大的最优值, 式(13)为计及爬坡约束 UC 问题的好(紧)的表示形式。

表 6 2 个模型的连续松弛紧性比较

Tab. 6 Comparison of 2 models in continues relaxation tightness

机组数	V-(11) _{CR}	V-(13) _{CR}	改进值
10	552 716	552 760	44
20	1 105 432	1 105 521	89
40	2 210 865	2 211 042	177
60	3 316 297	3 316 563	266
80	4 421 729	4 422 083	354
100	5 527 162	5 527 604	442

表 7 从算法产生的第一个 MILP 松弛来对比 MIP(11)和 SHC-MIP(13)的紧性(Ω_1 采用外逼近法取得)。如表 7 所示,采用 ECP 方法求解 2 个模型时,相比式(11),SHC-MIP 模型(13)的 MILP 松弛更紧(能够获得更大的最优值),且 SHC-MIP 模型(13)能够获得更小的 G_{abs} ,且相比式(11), G_{abs} 有显著减小。

表 7 2 个模型的 MILP 松弛紧性比较

Tab. 7 Comparison of 2 models in MILP relaxation tightness

机组数	MIP(11)			SHC-MIP(13)				$R_G/\%$
	ζ^1	z^U	G_{abs}	ζ^1	z^U	G_{abs}		
10	561 115	561 369	254	561 216	561 307	91		64.2
20	1 118 340	1 119 588	666	1 118 922	1 118 879	539		19.1
40	2 232 305	2 234 286	1 981	2 232 671	2 234 111	1 440		27.3
60	3 345 631	3 350 801	5 170	3 347 736	3 350 061	2 325		55.0
80	4 461 292	4 470 460	9 168	4 467 612	4 470 453	2 841		69.0
100	5 574 029	5 584 831	10 802	5 578 951	5 583 172	4 221		60.9

表 8 给出了 ECP 方法(Ω_1 采用外逼近法取得)求解 UC 问题的 MIP(11)和 SHC-MIP(13)2 个模型的计算结果比较。如表 8 所示,由于相比模型(11)较紧,SHC-MIP 模型(13)能够以较少的迭代次数及计算时间,获得计及爬坡约束 UC 问题更好的次优解。

表 9 给出了计及爬坡约束时本文方法与文献[9,28-29]的计算结果(含启动费用)比较,其中“—”表示没有此项内容(由于文献[9,28]仅给出 10 机组 24 时段系统的计算结果)。如表 9 所示,本文

表 8 2 个模型的计算结果比较

Tab. 8 Comparison of 2 models in results

机组数	MIP(11)			SHC-MIP(13)		
	总费用/\$	C_{time}/s	N_{it}	总费用/\$	C_{time}/s	N_{it}
10	565 469	1.185	1	565 397	1.162	1
20	1 128 528	7.745	1	1 127 437	6.692	1
40	2 252 276	38.879	2	2 251 617	22.309	1
60	3 379 636	108.901	2	3 376 821	58.446	1
80	4 507 857	153.797	2	4 501 420	81.245	1
100	5 632 544	189.391	2	5 625 531	95.428	1

表 9 不同算法结果比较

Tab. 9 Comparison of different algorithms

机组数	发电总费用/\$			
	IPSDP ^[9]	NSC ^[28]	MISOCP ^[29]	本文方法
10	567 034	567 990	565 777	565 397
20	—	—	1 130 647	1 127 437
40	—	—	2 259 203	2 251 617
60	—	—	3 382 470	3 376 821
80	—	—	4 511 813	4 501 420
100	—	—	5 638 456	5 625 531

注: NSC 为充分必要条件法; MISOCP 为混合整数 2 阶锥规划法。

方法的计算结果,对于 10 机组 24 时段系统,优于其他 3 种方法,对于其他系统,均优于文献[29]。

设置所有机组爬坡功率速度限制为: $P_{\text{up},i} = P_{\text{down},i} = 20\% \bar{P}_i$; $P_{\text{start},i} = P_{\text{shut},i} = \bar{P}_i$ 。表 10 给出本文算法的计算结果与文献[30-31]的计算结果比较。由表 10 可知,本文结果最优,这说明本文所提算法具有良好的适用性。

表 10 不同算法结果比较

Tab. 10 Comparison of different algorithms

机组数	发电总费用/\$			
	EALHN ^[30]	IMO-ALHN ^[30]	DEA ^[31]	本文方法
10	565 804	565 804	565 540	564 143
20	1 127 214	1 127 172	1 126 385	1 124 800
40	2 250 584	2 249 848	2 247 999	2 246 236
60	3 373 636	3 371 962	3 367 656	3 363 946
80	4 500 589	4 495 954	4 502 186	4 494 322
100	5 622 563	5 618 569	5 626 162	5 614 071

最后,表 11 给出了本文方法求解 IEEE 118 节点 54 机组系统的结果以及与文献[22,32]的比较。如表 11 所示,本文方法的结果也优于其他方法。

表 11 发电费用比较(IEEE 118 系统)

Tab 11 Comparison of different algorithms in cost (IEEE 118-bus system)

方法	本文方法	SDP[22]	OAM[32]
发电总费用/\$	1 643 968	1 645 445	1 646 993

5 结论

基于 HC 投影,构造了 UC 问题的紧混合整数规划模型 SHC-MIP,结合该模型和 ECP 技术给出了一种求解 UC 问题新的确定性方法。仿真结果表明:

1) 相比 UC 问题的 MIP 模型,所构造的 SHC-MIP 模型,具有较紧的连续松弛以及 MILP 松弛(采用 ECP 方法),为 UC 问题好的表示形式。

2) 本文基于 HC 投影的模型变换技术便于实

施, 具有较好的通用性, 为求解其他具有特殊结构的组合优化问题, 提供了新的思路和方法。

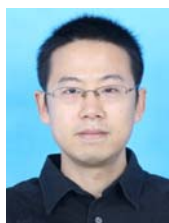
3) 确定 Ω_1 的外逼近方法, 只需额外求解一个计算量较小的连续松弛问题, 即可显著增强 ECP 方法获得的第一个 MILP 松弛问题的紧性, 进而加快算法的收敛。

4) 所提 SHC-MIP-ECP 方法能有效处理爬坡约束, 计算速度快, 能获得高质量的次优解, 适合求解大规模 UC 问题。

参考文献

- [1] Chen C L, Wang S C. Branch-and-bound scheduling for thermal generating units[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 1993, 8(3): 184-189.
- [2] Ongsakul W, Petcharak N. Unit commitment by enhanced adaptive lagrangian relaxation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(1): 620-628.
- [3] 胡家声, 郭创新, 曹一家. 一种适合于电力系统机组组合问题的混合粒子群优化算法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(4): 24-28.
Hu Jiasheng, Guo Chuangxin, Cao Yijia. A hybrid particle swarm optimization method for unit commitment problem[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(4): 24-28(in Chinese).
- [4] 王喆, 余贻鑫, 张弘鹏. 社会演化算法在机组组合中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(4): 12-17.
Wang Zhe, Yu Yixin, Zhang Hongpeng. Social evolutionary programming based unit commitment[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(4): 12-17(in Chinese).
- [5] 孙力勇, 张焰, 蒋传文. 基于矩阵实数编码遗传算法求解大规模机组组合问题[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(2): 82-87.
Sun Liyong, Zhang Yan, Jiang Chuanwen. A solution to the unit commitment problem based on matrix real-coded genetic algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(2): 82-87(in Chinese).
- [6] 陈皓勇, 张靠社, 王锡凡. 电力系统机组组合问题的系统进化算法[J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(12): 9-13, 40.
Chen Haoyong, Zhang Kaoshe, Wang Xifan. Evolutionary optimization method of power system unit commitment problem[J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(12): 9-13, 40(in Chinese).
- [7] 余廷芳, 林中达. 部分解约束算法在机组负荷优化组合中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(2): 107-112.
Yu Tingfang, Lin Zhongda. Application of float genetic algorithms-partially solved combined with punishing function in power plant units commitment problem[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(2): 107-112(in Chinese).
- [8] Moghimi H M, Vahidi B. A solution to the unit commitment problem using imperialistic competition algorithm[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(4): 1-8.
- [9] 韦化, 吴阿琴, 白晓清. 一种求解机组组合问题的内点半定规划方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(1): 35-40.
Wei Hua, Wu Aqin, Bai Xiaoqing. An interior point semidefinite programming for unit commitment problems[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(1): 35-40(in Chinese).
- [10] Madrigal M, Quintana V H. Semidefinite programming relaxations for {0, 1}: power dispatch problems[C]//IEEE PES Summer Meeting. Edmonton, Alberta, Canada: IEEE PES, 1999: 697-702.
- [11] Frangioni A, Gentile C, Lacalandra F. Tighter approximated MILP formulations for unit commitment problems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(1): 105-113.
- [12] Niknam T, Khodaei A, Fallahi F. A new decomposition approach for the thermal unit commitment problem[J]. Applied Energy, 2009(86): 1667-1674.
- [13] Tsai M T, Gow H J, Lin W M. Hybrid taguchi-immune algorithm for the thermal unit commitment[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2011(33): 1062-1069.
- [14] Ebrahimi J, Hosseini S H, Gharehpetian G B. Unit commitment problem solution using shuffled frog leaping algorithm[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(2): 573-581.
- [15] Günlük O, Linderoth J. Perspective reformulations of mixed integer nonlinear programs with indicator variables[J]. Mathematical Programming, 2010, 124(1-2): 183-205.
- [16] Wosely L. Integer programming[M]. New York: John Wiley and Sons, 1998: 14-18.
- [17] Burer S, Chen J Q. A p-cone sequential relaxation procedure for 0-1 integer programs[J]. Optimization Methods and Software, 2009, 24(4-5): 523-548.
- [18] Westerlund T, Pettersson F. An extended cutting plane method for solving convex MINLP problem[J]. Computers and Chemical Engineering, 1995, 19(s1): 131-136.
- [19] Porn R, Westerlund T. A cutting plane method for minimizing pseudo-convex functions in the mixed integer case[J]. Computers and Chemical Engineering, 2000(24): 131-136.
- [20] Andersen E D. MOSEK 6.0[R]. 2009[2011-10-14]. <http://mosek.com/fileadmin/reports/tech/mosek6.pdf>.

- [21] Senjyu T, Shimabukuro K, Uezato K, et al. A fast technique for unit commitment problem by extended priority list[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2003, 18(2): 882-888.
- [22] Bai X, Wei H. Semi-definite programming-based method for security-constrained unit commitment with operational and optimal power flow constraints[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2009, 3(2): 182-197.
- [23] Damousis I G, Bakirtzis A G, Dokopoulos P S. A solution to the unit commitment problem using integer-coded genetic algorithm[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004(19): 1165-1172.
- [24] Viana A, Sousa J P, Matos M A. Using GRASP to solve the unit commitment problem[J]. Annals of Operations Research, 2003, 120(1): 117-132.
- [25] Valenzuela J, Smith A E. A seed memetic algorithm for large unit commitment problems[J]. Journal of Heuristics, 2002, 8(2): 173-195.
- [26] Juste K, Kita H, Tanaka E, et al. An evolutionary programming solution to the unit commitment problem[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1999, 14(4): 1452-1459.
- [27] Balci H, Valenzuela J. Scheduling electric power generators using particle swarm optimization combined with the Lagrangian relaxation method[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences, 2004, 14(3): 411-421.
- [28] 郭三刚, 管晓宏, 翟桥柱. 具有爬升约束机组组合的充分必要条件[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(24): 14-19.
- Guo Sangang, Guan Xiaohong, Zhai Qiaozhu. A new necessary and sufficient condition for checking feasibility of a solution to unit commitment problems with ramp constraints[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(24): 14-19(in Chinese).
- [29] 全然, 韦化, 简金宝. 求解大规模机组组合问题的二阶锥规划方法[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(25): 101-107.
- Quan Ran, Wei Hua, Jian Jinbao. Solution of large scale unit commitment by second-order cone programming[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(25): 101-107(in Chinese).
- [30] Dieu V N, Ongsakul W. Improved merit order and enhanced augmented Lagrange Hopfield network for unit commitment[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2007, 1(4): 548-556.
- [31] Patra S, Goswami S, Goswami B. Differential evolution algorithm for solving unit commitment with ramp constraints[J]. Electric Power Components and Systems, 2008, 36(18): 771-782.
- [32] 全然, 简金宝, 郑海艳. 基于外逼近方法的中期机组组合问题[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(11): 24-28.
- Quan Ran, Jian Jinbao, Zheng Haiyan. Medium term unit commitment based on outer approximation method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(11): 24-28(in Chinese).



杨林峰

收稿日期: 2012-07-30。

作者简介:

杨林峰(1979), 男, 博士研究生, 副教授, 研究方向为内点和混合整数规划法及其在动态最优潮流中的应用;

简金宝(1964), 男, 博士, 教授, 广西大学兼职博士生导师, 研究方向为最优化理论与方法及其在电力系统中的应用, 通讯作者, jianjb@gxu.edu.cn。

(责任编辑 刘浩芳)